

NATUURKUNDIGE
VRAAGSTUKKEN

MET

VOORBEELDEN VAN OPLOSSING

DOOR

DR. J. SCHÜNGEL,

Leeraar aan de Rijk's Hoogere Burgerschool en het Gymnasium te 's-Hertogenbosch.

EERSTE DEEL



W
~~W XI~~
~~32~~

's-HERTOGENBOSCH,
FIRMA ROBIJNS & Co.
1897.

W
m XI
32 ~~c~~ 1

ERRATA.

	staat	t	lees	t_2
Vraagst. 1, r. 12				
Bl. 11, r. 12 v. o.	"	hoekversnelling	"	hoeksnelheid
Bl. " , r. 6 "	"	k	"	h
Bl. " , r. 4 "	"	K	"	k
Bl. 14, r. 3	"	f_2	"	f
Vr. 40, laatste r.	"	342,25	"	34225
Bl. 21, r. 9. v. o.	"	pec.	"	sec.
Vr. 58, laatste r.	"	t	"	t_1
Vr. 62, r. 2	"	40 M	"	3920 kines
Vr. " , laatste r.	"	kines	"	kines per sec
Vr. 65, laatste r.	"	$2\pi^2 r$	"	$4\pi^2 r$
Vr. 76, r. 9.	"	de	"	den.
Vr. 92, r. 2.	"	in een weerstand-	"	horizontaal.
		biedende stof		
Vr. " , r. 3.	"	komt	"	komt door de wrijving
Vr. 134, r. 1.	"	cilinder	"	cilinder, hoog 10 cM,
Ar. 144, r. 5.	"	0,8	"	0,8; van ijzer = 7,5
Vr. 169, r. 2.	"	luchtkolom	"	luchtkolom, lang 100 cM
Vr. 183, r. 10 v. o.	"	$x \times 0,8$	"	$x \times 0,38$
Bl. 58, r. 14.	"	den	"	de hoogte van den
Bl. 59, r. 3.	"	$\frac{20 \times 75}{25}$	"	$\frac{75 \times (20 \times 2)}{25 \times 2}$
Vr. 188, r. 9.	"	101	"	116
Vr. " , r. 10. bijtevoegen :	soort.	gewicht van	kwik =	13,6.
Vr. 193, r. 12.	staat	als	lees	nadat
Vr. 197, laatste r.	"	143	"	156 en 157
Vr. 214, r. 2.	"	dM	"	dM boven eene opening
Vr. 221, r. 5 en 6.	"	luchtpomp	"	luchterspomp
Vr. 222, laatste r. bij te voegen :	versnelling	der	zwaartekracht	980 kines per sec.
Bl. 74, r. 9. v. o.	staat	P'_1	lees	P'

I. Beweging.

1. Een lichaam heeft eene eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid. In zeker punt P zijner baan is zijne snelheid $c_1 = 4900$ kines, in een ander punt Q is zij $c_2 = 9800$ kines. Van Q komt het lichaam na 3 seconden in een punt R . Hoe groot zijn de afstanden PQ en PR ?

Versnelling der beweging $a = 980$ kines per sec.

OPLOSSING. $a)$ In P is de afgelegde weg $s_1 = \frac{c_1^2}{2a}$ cM (form. 7).

in Q " " " " " $s_2 = \frac{c_2^2}{2a}$ cM.

Afstand $PQ = (s_2 - s_1)$ cM.

$b)$ Duur der beweging in $Q = t_2 = \frac{c_2}{a}$ sec. (form. 5).

Duur der beweging in $R = (t_2 + 3)$ sec.

In R is de afgelegde weg $s_3 = \frac{1}{2}a(t + 3)^2$ cM (form. 6).

Dus afstand $PR = (s_3 - s_1)$ cM.

2. Uit zeker punt begint een lichaam zich eenparig versneld te bewegen (zonder beginsnelheid) en eenigen tijd later een tweede lichaam. Op een bepaald oogenblik is de afstand der beide lichamen 8000 cM en 4 seconden later 16000 cM.

$a)$ Hoeveel seconden is de beweging van het tweede lichaam later begonnen dan die van het eerste? $b)$ Hoe groot is de door het eerste lichaam afgelegde weg op het oogenblik, dat de onderlinge afstand der lichamen 16000 cM is?

Versnelling der beide bewegingen $a = 1000$ kines per sec.

OPLOSSING. Stel dat de onderlinge afstand van 8000 cM bereikt wordt, nadat het eerste lichaam zich t_1 sec. en het tweede t_2 sec. bewogen heeft. Dan is

$$s_2 - s_1 = 8000 = \frac{1}{2} \times 1000 t_1^2 - \frac{1}{2} \times 1000 t_2^2 \text{ (form. 6).}$$

$$s'_2 - s'_1 = 16000 = \frac{1}{2} \times 1000 (t_1 + 4)^2 - \frac{1}{2} \times 1000 (t_2 + 4)^2.$$

Hieruit vindt men $t_1 = 5$ en $t_2 = 3$.

Het tweede lichaam heeft dus zijne beweging begonnen (5 — 3) sec. na het eerste.

b) Op het bedoelde oogenblik heeft de beweging van het eerste lichaam geduurd (5 + 4) sec. De afgelegde weg is dus

$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 9^2 \text{ cM (form. 6).}$$

3. Uit twee punten A en B beginnen twee lichamen op hetzelfde oogenblik zich met eenparig versnelde beweging (zonder beginsnelheid) naar elkaar toe te bewegen. Als zij elkaar na 10 sec. ontmoeten, is de snelheid van het eerste lichaam 1800 kines en de weg, dien het afgelegd heeft, 1,5 maal zoo groot als de weg van het tweede lichaam.

a) Hoe groot is bij de ontmoeting de snelheid van het tweede lichaam? b) Hoe groot is de afstand AB ?

4. Uit twee punten A en B bewegen zich twee lichamen naar elkaar toe met eenparig versnelde bewegingen (zonder beginsnelheden). De beweging van het tweede lichaam begint zoo veel later dan die van het eerste, dat de duur der beweging van het eerste lichaam op het oogenblik van ontmoeting tweemaal zoo groot is als die van het tweede.

a) Hoe lang hebben de beide bewegingen geduurd? b) Hoe groot zijn de snelheden der beide lichamen bij de ontmoeting?

Versnelling der beide bewegingen = 100 kines per sec.

Afstand AB = 100 000 cM.

5. Twee lichamen vertrekken twee seconden na elkaar uit hetzelfde punt langs dezelfde lijn met eenparig versnelde bewegingen (zonder beginsnelheid). De versnelling van het eerste lichaam bedraagt 250 kines per sec., die van het tweede 200 kines per sec.

a) Na hoeveel seconden is de onderlinge afstand der lichamen 2900 cM geworden? b) Hoe groot zijn op dat oogenblik de snelheden der lichamen?

6. Van uit een punt beweegt zich een lichaam eenparig versneld met eene versnelling van 10 kines per sec. zonder beginsnelheid. Twee seconden later beweegt zich uit hetzelfde punt een tweede lichaam langs denzelfden weg met dezelfde versnelling, maar met een beginsnelheid, die zoo groot is, dat het tweede lichaam het eerste op 125 cM afstand van het uitgangspunt inhaalt.

- a) Hoe groot is de beginsnelheid van het tweede lichaam?
 b) Hoe groot is zijne snelheid op het oogenblik van ontmoeting?

OPLOSSING. a) De duur der beweging van het eerste lichaam is

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 125}{10}} = 5 \text{ sec. (form. 6).}$$

Duur der beweging van het tweede lichaam $t_2 = (5 - 2) \text{ sec.}$

De gevraagde beginsnelheid vindt men uit

$$s = c_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 \text{ (form. 11).}$$

$$125 = c_0 \times 3 + \frac{1}{2} \times 10 \times 9$$

$$c_0 = 26\frac{2}{3} \text{ kines.}$$

b) De snelheid is $c = c_0 + a t_2 = (26\frac{2}{3} + 10 \times 3) \text{ kines (form. 10).}$

7. Welke beginsnelheid moet men aan een lichaam geven, om het een weg van 640 cM met eenparig versnelde beweging in de helft van den tijd te doen afleggen, dien het zonder beginsnelheid daarvoor zou noodig hebben?

Versnelling der beweging = 20 kines per sec.

8. Twee lichamen, wier afstand 12000 cM is, beginnen op hetzelfde oogenblik zich eenparig versneld naar elkaar toe te bewegen, het eerste zonder beginsnelheid, het tweede met eene beginsnelheid van 200 kines; de versnellingen der beide bewegingen zijn gelijk.

a) Waar en b) met welke snelheden zullen de lichamen elkaar ontmoeten, als de ontmoeting 10 sec. na het begin der bewegingen plaats heeft?

9. Eene slede wordt over eene ijsbaan voortgeduwd met eene snelheid van 200 kines. Zoodra de bewegende kracht ophoudt te werken, wordt de beweging der slede eenparig vertraagd, en duurt het nog 5 seconden eer de slede tot rust komt.

a) Hoe groot is de vertraging? b) Welken afstand zal de slede nog afleggen?

OPLOSSING. a) Op het oogenblik, dat de beweging ophoudt, is de snelheid = 0 geworden. Men vindt dus de vertraging in kines per sec. uit $0 = c_0 - at = 200 - a \times 5$ (form. 15); waaruit $a = 40$ kines per sec.

b) De weg is

$$s = c_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 200 \times 5 - \frac{1}{2} \times 40 \times 25 \text{ cM (form. 16).}$$

10. De afstand van twee punten A en B is 3000 cM. Gelijktijdig beginnen de eenparig versnelde beweging van een lichaam van A uit in de richting naar B en de eenparig vertraagde

beweging van een tweede lichaam van B uit in dezelfde richting met eene beginsnelheid van 1000 kines en eene vertraging van 100 kines per sec. Op het oogenblik dat het tweede lichaam tot rust komt, wordt het door het eerste lichaam ingehaald. Hoe groot is de versnelling van het eerste lichaam, als zijne beweging begint met eene snelheid van 200 kines?

11. De beweging van een lichaam is samengesteld uit eene eenparige beweging met de snelheid van 100 kines, en eene eenparige versnelde beweging (zonder beginsnelheid) met eene versnelling van 20 kines per sec. Beide bewegingen beginnen gelijktijdig en hebben in tegenovergestelde richtingen plaats.

a) Na hoeveel seconden zal het lichaam voor een oogenblik in rust zijn? b) Welken weg heeft het dan afgelegd? c) Hoe groot is zijne snelheid 1,5 en 8,5 sec. na het begin der beweging? d) Hoeveel seconden na het begin der beweging zal het 240 cM van het uitgangspunt verwijderd zijn?

OPLOSSING. a) Den gevraagden tijd vindt men uit

$$0 = c_0 - at = 100 - 20 \times t \text{ (form. 25 en 26); } t = 5 \text{ sec.}$$

b) De in dien tijd afgelegden weg is in cM

$$s = c_0 t - \frac{1}{2} at^2 = 100 \times 5 - \frac{1}{2} \times 20 \times 25 \text{ (form. 24 en 27).}$$

c) De beide snelheden zijn in kines

$$c_1 = c_0 - at_1 = 100 - 20 \times 1,5 = 70$$

$$\text{en } c_2 = c_0 - at_2 = 100 - 20 \times 8,5 = -70 \text{ (form. 25).}$$

De eerste waarde geldt voor de eenparig vertraagde beweging tusschen het uitgangspunt en het rustpunt; de tweede voor de eenparig versnelde tusschen het rustpunt en het uitgangspunt (§ 65 en 66).

d) Den gevraagden tijd t_3 vindt men uit

$$240 = 100 \times t_3 - \frac{1}{2} \times 20 \times t_3^2 \text{ (form. 24).}$$

$$t'_3 = 4 \text{ sec.}; t''_3 = 6 \text{ sec.}$$

Het lichaam kan echter ook den gegeven afstand van het uitgangspunt hebben, nadat het met eenparig versnelde beweging weer door het uitgangspunt heen gegaan is (§ 68). Dan vindt men den gevraagden tijd uit

$$-240 = 100 \times t_4 - \frac{1}{2} \times 20 \times t_4^2$$

$$t_4 = 12 \text{ sec.}$$

De andere wortel dezer vergelijking is onbruikbaar.

12. De beweging van een lichaam is samengesteld uit eene eenparige beweging met eene snelheid van 50 kines naar rechts en eene eenparig versnelde (zonder beginsnelheid) met eene

versnelling van 10 kines per sec. naar links. Een tweede lichaam begint 6 sec. na het eerste uit hetzelfde uitgangspunt dezelfde samengestelde beweging.

a) Wanneer en *b)* waar hebben beide lichamen gelijke afstanden van het uitgangspunt? *c)* Hoe groot zijn dan de snelheden der beide lichamen?

13. Uit twee dicht bij elkaar gelegen punten, wier onderlinge afstand kan verwaarloosd worden, beginnen twee lichamen zich gelijktijdig te bewegen. De beweging van het eerste lichaam is eenparig; zijne snelheid bedraagt 10 kines; de richting der beweging is naar rechts. De beweging van het tweede lichaam is samengesteld uit eene eenparige beweging naar links met eene snelheid van 20 kines en eene eenparig versnelde (zonder beginsnelheid) naar rechts met eene versnelling van 15 kines per sec.

a) Wanneer, *b)* waar en *c)* met welke snelheden zullen de lichamen samentreffen?

(Men houde in 't oog, dat de lichamen elkaar eerst kunnen ontmoeten, nadat het tweede lichaam in eene richting tegengesteld aan zijne oorspronkelijke richting weder door het uitgangspunt gegaan is).

II. Kracht, massa, versnelling.

14. Bij een toestel van Atwood bestaat elke der beide massa's uit 8 gelijke stukjes; het overwicht is gelijk aan een dier stukjes. Gedurende het eerste der door den slinger aangegeven tijdsdeelen beweegt zich het stel lichamen over een afstand van 10 cM. Men neemt nu van de massa, die bij de eerste beweging steeg, een stukje en voegt dit bij de andere.

a) Welke snelheid zullen nu de lichamen bij den vierden tik van den slinger hebben? *b)* Welken weg hebben zij gedurende het derde tijdsdeel doorlopen?

(Men gese van de volgende vraagstukken twee oplossingen, de eene met de eenheden van het Centimeter-, Gram-, Seconde-stelsel, de andere met die van het statische stelsel. Zie § 103—107. Men gebruike de daar voor Nederland opgegeven waarden en betrekkingen).

15. Een lichaam van 490,6 G massa wordt bewogen door eene kracht van 100 G gedurende 3 seconden. Welken afstand zal het lichaam in de daarop volgende seconde afleggen?

OPLOSSING. 1) **Dynam. stelsel.**

Bewegende kracht $k \rightarrow 100 \times 981,2$ dynes.

$$\text{Versnelling } a = \frac{k}{m} = \frac{100 \times 981,2}{490,6} = 200 \text{ kines per sec. (form. 29).}$$

Snelheid na 3 seconden $c = at = 200 \times 3$ kines (form. 5).

Weg in de volgende seconde $s = c \times 1 = 600 \times 1$ cM (form. 1).

2) **Stat. stelsel.**

Bewegende kracht $k = 0,1$ KG.

$$\text{Massa van het lichaam } m = \frac{0,4906}{9,812} \text{ stat. eenh. van massa.}$$

$$\text{Versnelling } a = \frac{k}{m} = \frac{0,1 \times 9,812}{0,4906} = 2 \text{ stat. eenh. v. versnell. (form. 29).}$$

Snelheid na 3 seconden $c = at = 2 \times 3$ stat. eenh. van snelheid (form. 5).

Weg in de volgende seconde $s = c \times 1 = 6 \times 1$ M (form. 1).

(Voor beide oplossingen zie ook form. 34).

16. Eene standvastige kracht van 10 000 dynes werkt 5 sec. lang op een lichaam van 50 G gewicht. Bij de beweging, die het lichaam daardoor over een horizontaal vlak maakt, kan de wrijving beschouwd worden als eene kracht, wier grootte = $\frac{1}{20}$ van het gewicht des lichaams is. Welken weg zal het lichaam in dien tijd afleggen?

OPLOSSING. 1) **Dynam. stelsel.**

$$\text{Wrijving } w = \frac{50}{20} G = \frac{50}{20} \times 981,2 \text{ dynes.}$$

$$\text{Kracht, die de beweging veroorzaakt } k_1 = k - w = (10\,000 - \frac{50}{20} \times 981,2) \text{ dynes (§ 94).}$$

Massa van het lichaam $m = 50$ G.

$$\text{Versnelling } a = \frac{k_1}{m} = \frac{10\,000 - 2,5 \times 981,2}{50} \text{ kines per sec. (form. 29).}$$

$$\text{Afgelegde weg } s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times \frac{10\,000 - 2,5 \times 981,2}{50} \times 25 \text{ cM (form. 6).}$$

2) **Stat. stelsel.**

$$\text{Wrijving } w = \frac{0,050}{20} \text{ KG.}$$

$$\text{Kracht, die de beweging veroorzaakt } k_1 = k - w = \left(\frac{10\,000}{981\,200} - \frac{0,050}{20} \right) \text{ KG (§ 94).}$$

$$\text{Massa van het lichaam } m = \frac{0,050}{9,812} \text{ stat. eenh. van massa.}$$

Versnelling $a = \frac{k_1}{m} = \left(\frac{10\,000}{981\,200} - \frac{0,050}{20} \right) : \frac{0,050}{9,812}$ stat. eenh. v. versnelling.

Afgelegde weg $s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{10\,000}{981\,200} - \frac{0,050}{20} \right) \times \frac{9,812}{0,050} \times 25$ M (form. 6).

17. Onder de werking eener standvastige kracht heeft een lichaam van 20 G een weg van 5 M afgelegd (zonder wrijving) en daarbij eene eindsnelheid verkregen van 10 000 kines.

a) Hoe groot is de kracht? b) Hoe groot is de snelheid van het lichaam, nadat het 20 M heeft afgelegd?

18. Nadat een lichaam van 10 G massa zich onder de werking eener standvastige kracht 2 sec. lang bewogen heeft, terwijl de wrijving kan beschouwd worden als eene kracht, wier grootte $\frac{1}{25}$ van het gewicht des lichaams is, heeft het eene snelheid van 50 kines bereikt. Hoe groot is de standvastige kracht?

19. Een lichaam van 49,06 KG legt met eenparige beweging (zonder wrijving) per seconde een weg af van 12 M. Op zeker oogenblik begint op het lichaam eene kracht van 10 KG, waarvan de richting tegengesteld is met die der beweging, te werken.

a) Hoe lang zal het duren, eer het lichaam tot rust komt? b) Welken weg heeft het daarbij afgelegd?

OPLOSSING. Het lichaam verkrijgt eene eenparig vertraagde beweging en zal tot rust komen, nadat de kracht aan het lichaam eene snelheid even groot als en tegengesteld met de oorspronkelijke snelheid zal medegedeeld hebben. Dit geschiedt in t seconden.

1) **Dynam. stelsel.**

a) De kracht is $k = 10 \times 981\,200$ dynes.

Massa van het lichaam $m = 49\,060$ G.

Vertraging $a = \frac{k}{m} = \frac{10 \times 981\,200}{49\,060} = 200$ kines per sec. (form. 29).

Beginsnelheid $c_0 = 12 \times 100$ kines.

Tijd $t = \frac{c_0}{a} = (12 \times 100 : 200) = 6$ sec. (form. 20).

b) Afgelegde weg: $s = c_0 t - \frac{1}{2} at^2 = 1200 \times 6 - \frac{1}{2} \times 200 \times 36 = 3600$ cM (form. 16).

of ook $s = \frac{c_0^2}{2a} = \frac{1200^2}{2 \times 200} = 3600$ cM (form. 21).

2) Stat. stelsel.

Massa van het lichaam $m = \frac{49,06}{9,812} = 5$ stat. eenh. van massa.

Vertraging $a = \frac{k}{m} = \frac{10}{5} = 2$ stat. eenh. van vertraging (form. 29).

Beginsnelheid $c_0 = 12$ stat. eenh. van snelheid.

Tijd: $t = \frac{c_0}{a} = \frac{12}{2} = 6$ sec. (form 20).

b) Afgelegde weg $s = c_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 12 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 36 = 36$ M (form 16).

of ook $s = \frac{c_0^2}{2a} = \frac{12^2}{4} = 36$ M (form 21).

20. Een lichaam van 12 KG kan door eene standvastige kracht in 5 seconden tot stilstand gebracht worden, terwijl het nog een weg van 100 M aflegt.

a) Hoe groot was de aanvankelijke snelheid van het lichaam?

b) Hoe groot is de kracht?

21. Eene slede wordt over eene ijsbaan voortgeduwd met eene snelheid van 400 kines. Haar gewicht is 100 KG. Nadat op zeker oogenblik de bewegende kracht opgehouden heeft te werken, legt de slede onder de constante vertragende werking der wrijving nog een weg af van 40 M.

a) Hoe lang heeft de beweging nog geduurd, nadat de bewegende kracht heeft opgehouden te werken? b) Hoe groot is de wrijving?

22. Een lichaam van 500 G beweegt zich gedurende 2 seconden onder de werking eener constante kracht van 124530 dynes en der wrijving, die als eene constante kracht gelijk aan $\frac{1}{20}$ van het gewicht des lichaams kan beschouwd worden. Daarna houdt de constante kracht op te werken.

a) Hoe lang zal het lichaam zich onder de werking der wrijving nog blijven bewegen? b) Welken weg zal het daarbij afleggen?

23. Hoe groot moet de kracht zijn, die aan een lichaam van 2 statische eenheden van massa in 5 seconden zoodanige snelheid mededeelt, dat het na het ophouden van de werking der kracht zich nog 200 M beweegt, eer het tot rust komt. De wrijving gedurende de *geheele* beweging is gelijk te stellen aan $\frac{1}{20}$ van het gewicht des lichaams.

Men losse dit vraagstuk op uitgaande van de veronderstelling, dat de statische eenheid van massa gelijk aan de massa van 10 KG, dus de kracht van 1 KG gelijk is aan 1000000 dynes (§ 106 en 107).

24. De verdeelde lat van een toestel van Atwood is 216 cM. lang. Elke der beide gelijke massa's weegt 100 G.

a) Hoe zwaar moet het overwicht in grammen zijn, opdat de beweging der lichamen langs de geheele lat 6 seconden dure?

b) Met welke snelheid bereikt het dalende lichaam den voet der lat?

Men verwaarlooze de massa's van katrol en koord, alsmede wrijving en weerstand.

OPLOSSING. 1) **Dynam. stelsel.**

a) Versnelling $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \times 216}{36} = 12$ kines per sec. (form. 6).

Zij p G = $p \times 981,2$ dynes = P dynes het gevraagde overwicht van de massa m , dan is

het overwicht $P = (2 \times 100 + m) \times 12$ dynes (form. 29).

en daar $m = p$ (§ 103),

$981,2 p = (2 \times 100 + p) \times 12$,

waaruit $p = \frac{2400}{981,2 - 12}$ G.

b) Snelheid $c = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \times 12 \times 216} = 72$ kines (form. 7).

2) **Stat. stelsel.**

a) Versnelling $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \times 2,16}{36} = 0,12$ stat. eenh. v. versnell. (form 6).

Overwicht = p G = $\frac{p}{1000}$ KG.

Geheele massa $M = \frac{2 \times 0,1 + 0,001 p}{9,812}$ stat. eenh. van massa.

Nu is

$$0,001 p = \frac{2 \times 0,1 + 0,001 p}{9,812} \times 0,12$$

$$p = \frac{0,024}{0,009812 - 0,00012} \text{ G.}$$

b) Snelheid $c = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \times 0,12 \times 2,16} = 0,72$ stat. eenh. van snelheid (form. 7).

25. Bij een toestel van Atwood weegt elke der beide gelijke massa's 99 G. Het overwicht is 2 G. Welken weg zullen de

lichamen in de derde seconde der beweging afleggen, nadat bij het einde der tweede seconde 't overwicht opgehouden heeft te werken.

Men verwaarlooze de massa's van katrol en koord, alsmede wrijving en weerstand.

III. Centripetale kracht.

Men geve van de volgende vraagstukken twee oplossingen, de ééne met de eenheden van het C-G-S-stelsel, de andere met die van het statische stelsel. Men stelle $\pi = 3,1416$.

26. Een steen van 0,1 KG wordt aan een koord, lang 2 M en waarvan men de massa verwaarloozen kan, tweemaal in de seconde rondgeslingerd. Met welke kracht is het koord gespannen? — De werking van de aantrekking van den steen door de aarde blijft buiten aanmerking.

OPLOSSING. 1) Dynam. stelsel.

Massa van den steen $m = 100$ G.

Straal van den doorloopen cirkel $r = 200$ cM.

Omloopstijd $t = 0,5$ sec.

$$\text{Centripetale kracht } c = \frac{4 \pi^2 r m}{t^2} = \frac{4 \pi^2 \times 200 \times 100}{0,5^2} \text{ dynes (form 43).}$$

2) Stat. stelsel.

$$\text{Massa van den steen } m = \frac{0,1}{9,812} \text{ stat. eenh. van massa.}$$

Straal van den doorloopen cirkel $r = 2$ M.

Omloopstijd $t = 0,5$ sec.

$$\text{Centripetale kracht } c = \frac{4 \pi^2 r m}{t^2} = \frac{4 \pi^2 \times 2 \times 0,1}{0,5^2 \times 9,812} \text{ KG (form. 43).}$$

27. Door proeven heeft men gevonden, dat een spiraalvormig gewonden metaaldraad uitrekkingen ondergaat, die evenredig zijn met de gewichten der lichamen, die men aan den draad hangt. De lengte der spiraal is zonder belasting 72 cM, en wordt door een gewicht van 200 G op 80 cM gebracht. Men gebruikt nu dezen draad om een lichaam van 109 G, dat aan een zijner uiteinden bevestigd is, rond te slingeren. Als de lengte van den draad hierbij 75 cM wordt, hoe groot is dan de hoeksnelheid van het lichaam? Men verwaarlooze de massa van den draad en de werking van de aantrekking der aarde op het lichaam.

1 KG (de statische eenheid van kracht) = 981 000 dynes.

OPLOSSING. 1) **Dynam. stelsel.**

Als men de centripetale kracht gelijk stelt met de uitrekkende werking van p G, dan vindt men p uit:

$$200 : p = (80 - 72) : (75 - 72).$$

$$p = 75 \text{ G.}$$

Centripetale kracht $k = 75 \times 981$ dynes (§ 107).

Centripetale versnelling $a = \frac{k}{m} = \frac{75 \times 981}{109}$ kines per sec. (form. 29).

Snelheid van het lichaam $c = \sqrt{ar} = \sqrt{\frac{75 \times 981}{109}} \times 75 = 75 \times 3$ kines (form. 42).

Hoeksnelheid $h = \frac{c}{r} = \frac{75 \times 3}{75} = 3$ (hoekeenheden; form. 4).

Het lichaam beschrijft dus per sec. een boog van $3 \times 57^{\circ}17'44''$,8.

2) **Stat. stelsel.**

Centripetale kracht $k = 0,075$ KG.

Massa van het lichaam $m = \frac{0,109}{9,81}$ stat. eenh. van massa (§ 106 en 107).

Centripetale versnelling $a = \frac{k}{m} = \frac{0,075 \times 9,81}{0,109}$ stat. eenh. van versnelling (form. 29).

Snelheid van het lichaam $c = \sqrt{ar} = \sqrt{\frac{0,075 \times 9,81}{0,109}} \times 0,75 = 0,75 \times 3$ stat. eenh. van snelheid (form. 42).

Hoekversnelling $h = \frac{c}{r} = \frac{0,75 \times 3}{0,75} = 3$ (hoekeenheden; form. 4).

ANDERE OPLOSSING.

1) **Dynam. stelsel.**

Centripetale kracht $k = 75 \times 981$ dynes (§ 107).

Omlooptijd $t = \sqrt{\frac{4 \pi^2 r m}{k}} = \sqrt{\frac{4 \pi^2 \times 75 \times 109}{75 \times 981}} = \frac{2}{3} \pi$ sec. (form. 43).

Hoeksnelheid $k = \frac{2\pi}{t} = 3$ (hoekeenheden; form. 3).

2) **Stat. stelsel.**

Centripetale kracht $K = 0,075$ KG.

Massa van het lichaam $m = \frac{0,109}{9,81}$ stat. eenh. van massa (§ 106 en 107).

Omlooptijd $t = \sqrt{\frac{4 \pi^2 r m}{k}} = \sqrt{\frac{4 \pi^2 \times 0,75 \times 0,109}{0,075 \times 9,81}} = \frac{2}{3} \pi$ sec. (form. 43).

Hoeksnelheid $h = \frac{2\pi}{t} = 3$ (hoekeenheden; form. 3).

28. Een horizontale staaf kan om eene verticale, door een harer uiteinden gaande as wentelen. Op de staaf is een doorboord lichaam van 50 G geschoven, dat zonder wrijving langs de staaf kan glijden. Het lichaam is aan de as bevestigd door een spiraalvormig gewonden metaaldraad, die in niet gespannen toestand 40 cM lang is, maar door eene kracht gespannen, zooveel mM langer wordt, als het aantal grammen der kracht bedraagt. Men laat de staaf eenmaal per seconde wentelen. Hoever zal de spiraaldraad daardoor uitgerekt worden?

29. Een lichaam wordt aan een koord (zonder massa) van 2 M lengte met eene hoeksnelheid van 4,1888 hoekeenheden rondgeslingerd. Als de hiervoor benodigde centripetale kracht als standvastige kracht gebruikt werd, om aan hetzelfde lichaam eene eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid mede te deelen, na hoeveel seconden zou dan zijne snelheid even groot geworden zijn, als bij het rondslingeren?

30. Een horizontale staaf kan om eene verticale door haar midden gaande as wentelen. Op elk der beide helften der staaf is een doorboord lichaam geschoven, dat zonder wrijving langs de staaf kan glijden. Het eene weegt 75 G, het andere 100 G. De lichamen zijn door een onrekbaar koord van 35 cM lengte verbonden, en op dezen afstand van elkaar, zoo op de staaf geplaatst, dat zij bij de wenteling der staaf zich niet daarlangs bewegen.

a) Hoe ver zijn de beide lichamen van de as verwijderd?

b) Als de staaf 5 maal per seconde rondwentelt, met welke kracht is dan het koord gespannen?

OPLOSSING. 1) Dynam. stelsel.

a) De lichamen behouden hunne plaatsen op de staaf, als de beide centripetale krachten gelijk zijn, dus als

$$\frac{4\pi^2 r m}{t^2} = \frac{4\pi^2 r_1 m_1}{t_1^2}$$

of, daar $t = t_1$; als $rm = r_1 m_1$.

Uit de beide vergelijkingen $r \times 75 = r_1 \times 100$ en $r + r_1 = 35$ volgt:

$$r = 20 \text{ cM en } r_1 = 15 \text{ cM.}$$

b) Omloopstijd $t = \frac{1}{5}$ seconde.

Spanning van het koord = centripetale kracht =
 $\frac{4\pi^2 \times 20 \times 75}{0,2^2}$ of $\frac{4\pi^2 \times 15 \times 100}{0,2^2}$ dynes.

2) Stat. stelsel.

a) Zoals hierboven is

$$r \times \frac{0,075}{9,812} = r_1 \times \frac{0,100}{9,812}$$

$$r + r_1 = 0,35$$

$$r = 0,20 \text{ M en } r_1 = 0,15 \text{ M.}$$

b) Spanning van het koord = centripetale kracht =

$$\frac{4\pi^2 \times 0,20 \times \frac{0,075}{9,812}}{0,2^2} \text{ of } \frac{4\pi^2 \times 0,15 \times \frac{0,100}{9,812}}{0,2^2} \text{ KG.}$$

31. Het grootste gewicht, dat men aan een koord kan hangen, zonder dat dit breekt, is 5 KG. Aan een stuk van 1,2 M van dit koord slingert men een lichaam van 9812 G rond.

a) Welke is de grootste snelheid, die het lichaam verkrijgen kan? b) Hoeveel maal per seconde wordt het lichaam daarbij rondgeslingerd?

Men verwaarlooze de aantrekkende werking der aarde op het lichaam.

32. De spanning van een koord van 1,5 M lengte, waaraan een steen van 50 G rondgeslingerd wordt, is 1,25 KG. Op een gegeven oogenblik komt de steen vrij, en tegelijk begint eene constante kracht, in eene richting tegengesteld met die van den steen, op hem te werken, en brengt hem in 10 seconden tot rust.

a) Hoe groot is die kracht? b) Hoe ver zal de steen zich op de raaklijn bewegen?

Men verwaarlooze de aantrekkende werking der aarde op den steen.

IV. Aantrekkingskracht.

33. Twee materiele punten van 640 en 360 KG massa bevinden zich op een afstand van 70 cM van elkaar. Op de verbindingslijn is een derde punt van 100 KG zoo geplaatst, dat het door elk der beide eerstgenoemde punten even sterk aangetrokken wordt.

a) Waar bevindt zich het derde punt? b) Met welke kracht wordt het aangetrokken?

Constante der gravitatie = 0,000 000 063 dynes.

OPLOSSING. a) Uit de gelijkheid der beide aantrekkingen

$$k_1 = f \frac{M_1 m}{d_1^2} \text{ en } k_2 = f \frac{M_2 m}{d_2^2} \text{ (form. 45)}$$

volgt

$$M_1 : M_2 = d_1^2 : d_2^2.$$

Om d_1 en d_2 te vinden, heeft men dus:

$$d_1 + d_2 = 70$$

en

$$d_1^2 : d_2^2 = 640\,000 : 360\,000$$

waaruit volgt

$$d_1 = 40 \text{ cM en } d_2 = 30 \text{ cM.}$$

$$b) \quad k_1 = 0,000\,000\,066 \times \frac{640\,000 \times 100\,000}{40^2} \text{ dynes.}$$

$$k_2 = 0,000\,000\,066 \times \frac{360\,000 \times 100\,000}{30^2} \text{ dynes.}$$

34. Bereken de constante der gravitatie in het statische stelsel, d. w. z. de kracht in KG, waarmede twee massa's elkaar aantrekken, die elk de statische eenheid van massa bezitten en 1 M van elkaar verwijderd zijn.

Constante der gravitatie (C-G-S-stelsel) = 0,000 000 066 dynes.

35. Bereken de kracht, waarmede twee massa's, elk van 1 KG, elkaar aantrekken op een afstand van 1 M.

Constante der gravitatie = 0,000 000 066 dynes.

36. Bereken de kracht in KG, waarmede de aarde de maan aantrekt.

Massa der aarde = 602×10^{25} G;

massa der maan = 0,0123 van die der aarde;

straal der aarde = 637 000 000 cM;

afstand aarde-maan = 60 aardstralen;

constante der gravitatie = 0,000 000 066 dynes.

37. Hoe groot zou a) op de zon en b) op de maan de massa van een lichaam moeten zijn, dat op die hemellichamen de veer van eenen dynamometer even ver zou uitrekken als een lichaam van 100 G op de aarde? Men verwaarlooze de aswenteling dezer hemellichamen.

Massa der zon = 325000 maal die der aarde;

” ” maan = 0,0123 ” ” ” ” ;

straal ” zon = 108 ” ” ” ” ;

” ” maan = 0,25 ” ” ” ” .

38. Men veronderstelt, dat de maan met eenparige beweging

een cirkel om de aarde beschrijft. Hoe groot zou dan haar omloopstijd zijn, als haar afstand van de aarde 100 aardstralen bedroeg?

Afstand maan-aarde = 60 aardstralen;

omloopstijd der maan = 27 dagen, 7 uren 43 minuten 12 seconden = 2 359 592 seconden.

39. Bereken de versnelling der aantrekkingskracht op de maan, in de onderstelling dat de maan een homogene bol is.

Massa der maan = 0,0123 van die der aarde;

straal der maan = 0,25 van dien der aarde;

versnelling der aantrekkingskracht der aarde = 981,5 kines per sec.

V. Zwaartekracht.

Bij de volgende vraagstukken verwaarlooze men den weerstand der lucht.

40. Men verneemt het geluid van het neerkomen van een lichaam, dat men in een put laat vallen, 3,9 sec. na het begin van den val. Hoe diep is de put?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

Het geluid plant zich per seconde over een afstand van 342,25 M voort.

OPLOSSING. Als het lichaam t_1 sec. valt, is de diepte van den put

$$s = \frac{1}{2} \times 1000 \times t_1^2 \text{ cM (form. 6).}$$

Het geluid legt denzelfden weg af met eenparige beweging in

$$t_2 = (3,9 - t_1) \text{ sec.}$$

Dus is ook

$$s = 34225 \times (3,9 - t_1) \quad (\text{form. 1}).$$

Dus is $\frac{1}{2} \times 1000 \times t_1^2 = 34225 \times (3,9 - t_1)$

waaruit $t_1 = 3,7$ sec.

De diepte is dus

$$s = \frac{1}{2} \times 1000 \times 3,7^2 = 6845 \text{ cM}$$

of

$$s = 342,25 \times 0,2 = 6845 \text{ cM.}$$

41. Uit een punt, dat 122,5 M boven den grond ligt, laat men een lichaam vallen en 2 sec. later een ander lichaam, waaraan men zoodanige beginsnelheid geeft, dat beide lichamen gelijktijdig den grond bereiken. Bereken de beginsnelheid.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

OPLOSSING. Duur der beweging van het eerste lichaam

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 12250}{980}} = 5 \text{ sec. (form. 6).}$$

Duur der beweging van het tweede lichaam $t_2 = t_1 - 2 = 3 \text{ sec.}$

De beginsnelheid vindt men uit (form. 54):

$$12250 = c_0 \times 3 + \frac{1}{2} \times 980 \times 9.$$

42. Welke beginsnelheid moet men aan een lichaam geven, om het over eene hoogte van 7840 cM in de helft van den tijd te doen vallen, dien het zonder beginsnelheid daarvoor noodig heeft? Met welke snelheid komt het op den grond aan?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

43. Een lichaam, dat van den grond af vertikaal omhoog geworpen wordt, heeft op eene hoogte van 25 M eene snelheid van 2000 kines.

- a) Hoe lang duurt de geheele beweging van het lichaam?
b) Welke hoogte bereikt het lichaam?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

44. Een lichaam wordt met eene beginsnelheid van 4900 kines vertikaal omhoog geworpen. Na 6 seconden werpt men een tweede lichaam met dezelfde snelheid omhoog.

- a) Wanneer en b) waar ontmoeten de lichamen elkaar? c) Hoe groot zijn op dit oogenblik de snelheden der beide lichamen?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

45. Een lichaam wordt met eene beginsnelheid van 4900 kines vertikaal omhoog geworpen.

- a) Na hoeveel seconden zal het eene hoogte van 10290 cM bereikt hebben? b) Hoe groot is dan zijne snelheid?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

46. Op eene plaats, waar een vrijvallend lichaam gedurende de negende seconde van zijn val een weg van 83,3 M aflegt, ligt een punt *A* 1760 M vertikaal boven een ander punt *B*. Uit *A* wordt een lichaam met eene snelheid van 100 statische eenheden van snelheid loodrecht naar beneden, en gelijktijdig uit *B* een lichaam met eene snelheid van 120 statische eenheden van snelheid loodrecht naar boven geworpen.

- a) Na hoeveel seconden en b) met welke snelheid zullen die lichamen elkaar ontmoeten? (Breda).

47. Van eene hoogte van 5500 cM boven den grond wordt

een lichaam met eene beginsnelheid van 5000 kines vertikaal opgeworpen. Men vraagt:

a) Welke hoogte bereikt het lichaam?

b) Na hoeveel seconden komt het op den grond aan?

c) Hoeveel seconden na het opwerpen van het eerste lichaam moet men van dezelfde hoogte een ander lichaam vrij laten vallen, opdat het tegelijk met het eerste op den grond komt? (Alkmaar).

Men stelde de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

OPLOSSING. a) De grootste hoogte s , die het lichaam boven het uitgangspunt bereiken kan, vindt men door form. 58:

$$0 = \sqrt{c_0^2 - 2gs}$$

$$s = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{5000^2}{2 \times 1000} = 12500 \text{ cM.}$$

Grootste hoogte boven den grond $s_1 = h + s = (5500 + 12500) \text{ cM.}$

b) Den tijd, waarin het lichaam den grond bereikt, vindt men uit (form. 57):

$$s_2 = h = c_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

waarin men (volgens § 205) $s_2 = -5500$ stellen moet:

$$-5500 = 5000 t - \frac{1}{2} 1000 t^2$$

$$t' = 11 \text{ sec.}; t'' = -1 \text{ sec.}$$

De gevraagde tijd is $t' = 11 \text{ sec.}$, daar de wortel t'' onbruikbaar is.

Tot dezelfde uitkomst zou men komen, indien men de beweging in drie bewegingen splitst: 1) in de eenparig vertraagde van het uitgangspunt tot het hoogste punt; 2) in de eenparig versnelde zonder beginsnelheid van het hoogste punt tot het uitgangspunt terug; en 3) in de eenparig versnelde met beginsnelheid van het uitgangspunt tot den grond. Bij de laatste is als beginsnelheid de eindsnelheid van beweging 2) te beschouwen, die volgens § 203 gelijk is aan de beginsnelheid van beweging 1). Men heeft dus:

$$t_1 = \frac{c_0 - c}{g} = \frac{c_0 - 0}{g} = \frac{c_0}{g} = \frac{5000}{1000} = 5 \text{ sec. (form. 56).}$$

$$t_2 = \frac{c}{g} = \frac{5000}{1000} = 5 \text{ sec. (form. 47).}$$

t_3 vindt men uit form. 54:

$$5500 = 5000 t_3 + \frac{1}{2} \times 1000 \times t_3^2$$

$$t'_3 = 1 \text{ sec.}; t''_3 = -11 \text{ sec.}$$

Alleen de eerste wortel is bruikbaar, zoodat de geheele duur der beweging is $t = t_1 + t_2 + t_3 = (5 + 5 + 1) = 11 \text{ sec.}$

c) Duur der beweging van het tweede lichaam $t_4 = \sqrt{\frac{2s}{g}} =$
 $= \sqrt{\frac{2 \times 5500}{1000}} = \sqrt{11}$ sec. (form. 48).

De beweging van het tweede lichaam moet dus beginnen $t - t_4 =$
 $= (11 - \sqrt{11})$ sec. na het opwerpen van het eerste lichaam.

48. Een lichaam wordt aan een koord van 1,5 M lengte in een vertikaal vlak 2 keer per seconde eenparig rondgeslingerd. Op 't oogenblik dat zijne snelheid vertikaal naar boven gericht is, wordt het vrij gelaten. Welke hoogte zal het lichaam bereiken?

Versnelling der zwaartekracht 981,2 kines per sec.

49. Als men bij het valwerktuig van Atwood de massa, welke gewicht de beweging veroorzaakt, bij het einde der tweede seconde wegneemt, doorloopen de beide groote massa's, die elk 78 G wegen, in de volgende seconde elk een weg van 49 cM.

a) Welken weg zouden zij doorloopen hebben, als het overwicht was blijven werken? b) Hoe groot zou het overwicht geweest zijn, indien men de massa van het rad en het koord, alsmede wrijving en weerstand had kunnen verwaarloozen?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

50. De verdeelde lat van een toestel van Atwood is 216 cM lang. De bewegende kracht is een overwicht van 1,5 G. De beweging van het stel lichamen langs de geheele lat duurt 6 sec. Hoeveel bedragen de beide groote massa's, als men de massa van het rad en het koord, alsmede wrijving en weerstand kan verwaarloozen?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

51. Op eene plaats, waar een vrijvallend lichaam in de eerste seconde 4,9 M aflegt, wordt een kogel van 0,095 KG vertikaal naar boven geschoten en bereikt eene hoogte van 360 M boven het einde van den loop.

a) Welke snelheid had de kogel op het oogenblik, dat hij den loop verliet? b) Indien de lengte van den loop 1 M is, en men aanneemt, dat de kogel binnen den loop eene eenparig versnelde beweging zonder wrijving gehad heeft, hoe groot is dan de kracht, die op den kogel gewerkt heeft?

52. Een lichaam is geplaatst op een volkomen glad plat vlak, dat met een horizontaal vlak een hoek van 30° maakt. Wanneer het lichaam 50 G weegt,

a) hoe groot is dan de standvastige kracht k , die evenwijdig aan het hellend vlak op het lichaam moet werken, om het in evenwicht (rust) te houden?

Als men k vervangt door eene standvastige kracht $k^1 = 4k$, die werkt in dezelfde richting als k , vraagt men,

b) met welke versnelling zal het lichaam zich dan opwaarts langs het hellend vlak bewegen?

c) hoe groot zal de weg zijn, dien het na 2 sec. zal hebben afgelegd (Breda)?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

OPLOSSING. 1) Dynam. stelsel.

a) Gewicht van het lichaam $p = 50 \times 1000$ dynes (§ 192).

Componente van het gewicht (fig. 45), die in evenwicht moet gehouden worden (form. 50) $p_1 = \frac{1}{2} p = \frac{1}{2} \times 50 \times 1000$ dynes = 25000 dynes = k dynes.

b) Kracht $k_1 = 4 \times 25000 = 100000$ dynes.

Kracht, die beweging veroorzaakt $k_2 = k_1 - k = 75000$ dynes.

Versnelling $a = \frac{k_2}{m} = \frac{75000}{50} = 1500$ kines per sec. (form. 51).

c) Afgelegde weg $s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 1500 \times 4 = 3000$ cM.

2) Stat. stelsel.

a) Gewicht van het lichaam $p = 0,050$ KG.

Componente van het gewicht, die in evenwicht moet gehouden worden :

$$p_1 = \frac{1}{2} p = 0,025 \text{ KG} = k \text{ KG.}$$

b) Kracht $k_1 = 4 \times 0,025 = 0,100$ KG.

Kracht, die beweging veroorzaakt, $k_2 = k_1 - k = 0,075$ KG.

Massa van het lichaam $m = \frac{0,050}{10}$ stat. eenheden van massa (§ 106).

Versnelling $a = \frac{k_2}{m} = \frac{0,075 \times 10}{0,050} = 15$ stat. eenh. van versnelling.

c) Afgelegde weg $s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30$ M.

53. a) Met welke beginsnelheid moet men een lichaam tegen een hellend vlak van 30° helling opstooten, om het langs het hellend vlak een weg van 10 M te doen afleggen? b) Hoe lang duurt de beweging?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

54. Een lichaam glijdt zonder wrijving langs een hellend vlak van 9,8 M lengte en 30° hellingshoek.

a) Hoe lang duurt de beweging? b) Hoe groot is de eindsnelheid? c) Vergelijk beide uitkomsten met de overeenkomstige, die de vrije val van het lichaam langs de hoogte van het hellend vlak zou geven.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

55. Uit een punt dat 78,4 M boven den grond ligt, zal een lichaam zonder wrijving langs een hellend vlak van 156,8 M lengte den grond bereiken in denzelfden tijd, dien het bij den vrijen val daarvoor zou noodig hebben. Welke beginsnelheid moet men aan het lichaam geven?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

56. Een lichaam van 10 KG glijdt zonder wrijving in 5 sec. langs een hellend vlak, waarvan de hoogte $\frac{3}{5}$ der lengte is, en gaat dan over op een horizontaal vlak, waar eene kracht van 1 KG zijne beweging tegenwerkt.

a) Hoe groot is de eindsnelheid van het lichaam op het hellend vlak?

b) Hoe lang is het hellend vlak?

c) Hoe groot is zijne aanvankelijke snelheid op het horizontale vlak?

d) Welken afstand legt het lichaam op het horizontale vlak af, eer het tot rust komt?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

OPLOSSING. a) Versnelling op het hellend vlak $g_1 = \frac{3}{5} \times 980 = 588$ kines per sec. (§ 182).

Eindsnelheid $c = g_1 t = 588 \times 5 = 2940$ kines.

b) Lengte van het hellend vlak $l = s = \frac{1}{2} g_1 t^2 = \frac{1}{2} \times 588 \times 25$ cM.

c) De aanvankelijke snelheid (AG , fig. 45) op het horizontale vlak is de horizontale componente van de eindsnelheid (AH) op het hellende vlak. Nu is $AG : AH = b : l = \sqrt{5^2 - 3^2} : 5 = 4 : 5$. Dus is:

de aanvankelijke snelheid op het horizontale vlak $c_1 = \frac{4}{5} \times 2940 = 2352$ kines.

d) 1) Dynam. stelsel.

Tegenwerkende kracht $k = 980000$ dynes.

Massa van het lichaam $m = 10000$ G.

Vertraging $a = \frac{k}{m} = \frac{980000}{10000} = 98$ kines per sec.

Afgelegde weg $s_1 = \frac{c_1^2}{2a} = \frac{2352^2}{2 \times 98} = 28224 \text{ cM}$ (form. 27).

d) 2) Stat. stelsel.

Massa van het lichaam $m = \frac{p}{g} = \frac{10}{9,8}$ stat. eenh. van massa.

Vertraging $a = \frac{k}{m} = \frac{1 \times 9,8}{10}$ stat. eenh. van vertraging.

Afgelegde weg $s_1 = \frac{c_1^2}{2a} = \frac{23,52^2}{2 \times 0,98} = 282,24 \text{ M}$.

57. Een kogel, die uit een horizontaal gericht kanon wordt afgeschoten, bereikt eene 500 M van den mond van het kanon verwijderde schijf in een punt, dat 122,5 cM lager ligt dan het mijkpunt.

a) Hoe lang heeft de beweging van den kogel door de lucht geduurd?

b) Met welke snelheid heeft de kogel het kanon verlaten?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

58. Een lichaam wordt met eene beginsnelheid van 3920 kines onder een hoek van 30° met den horizon voortgeworpen.

a) Op welke hoogte bevindt het zich na 2 seconden?

b) Hoe groot is dan zijne snelheid?

c) Na hoeveel seconden bereikt het den grond weer?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

OPLOSSING. a) Weg der eenparige beweging na 2 sec. (AC , fig. 50)

$$s_1 = c_1 t = 3920 \times 2 \text{ cM}.$$

Hoogte, die daarmede overeenkomt (CC_1 , fig. 50) $h = \frac{1}{2} s_1 = 3920 \text{ cM}$.

Valruimte in 2 sec. (AC_2 , fig. 50) $s_2 = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 980 \times 4 = 1960 \text{ cM}$.

Bereikte hoogte na 2 sec. $h - s_2 = 1960 \text{ cM}$.

b) Snelheid der eenparige beweging $c_1 = 3920$ kines.

Snelheid van den vrijen val na 2 sec. $c_2 = gt = 980 \times 2 = 1960$ kines.

Hoek tusschen de richtingen der beide snelheden $30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$.

Men bewijst uit het parallelogram van snelheden (verg. parallelogram $B_2C_1C_3B_3$, fig. 49, § 208) gemakkelijk, dat de gevraagde snelheid $c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$, en dat hare richting horizontaal is, dat het lichaam zich dus in het hoogste punt der baan bevindt.

c) Als het lichaam den grond weer bereikt na t_1 seconden, dan is de valruimte op dat oogenblik gelijk geworden aan de hoogte, die het door de eenparige beweging alleen zou bereikt hebben.

Weg der eenparige beweging $s_3 = c_1 t_1 = 3920 \times t_1$ cM.

Hoogte, die daarmede overeenkomt $h_3 = \frac{1}{2} s_3 = \frac{1}{2} \times 3920 t_1$ cM.

Valruimte in t_1 seconden $s_4 = \frac{1}{2} \times 980 \times t_1^2$ cM.

Uit de gelijkstelling van h_3 en s_4 volgt:

$$t = 4 \text{ sec.}$$

59. Een lichaam wordt aan een koord van 1,5 M lengte in een vertikaal vlak tweemaal in de seconde eenparig rondgeslingerd. Men laat het lichaam vrij, als het in het hoogste punt zijner baan is.

a) Waar en b) wanneer bereikt het lichaam het horizontale vlak, gaande door het laagste punt der cirkelbaan?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

$$\pi = 3\frac{1}{7}.$$

60. Een kogel van 25 G wordt uit een geweerloop van 1 M lengte in horizontale richting geschoten en bereikt eene 100 M van den mond des geweeers verwijderde schijf in een punt dat $306\frac{1}{4}$ mM lager ligt dan het mikpunt. Als men wrijving en weerstand bij de beweging van den kogel in den loop verwaarloost,

a) hoe groot is dan de als standvastig aangenomen kracht, waarmede het buskruit op den kogel gewerkt heeft? b) Hoe lang heeft de beweging van den kogel in den loop geduurd?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

61. Een lichaam, dat onder een hoek van 30° met den horizon voortgeworpen wordt, bereikt na 3 sec. eene hoogte van 105 M.

a) Hoe groot was de beginsnelheid?

b) Hoeveel seconden na het begin der beweging komt het lichaam in het horizontale vlak door het uitgangspunt terug?

c) Welken horizontalen afstand heeft het daarbij afgelegd?

Stel de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

62. Van een toren wordt een lichaam opgeworpen met eene snelheid van 40 M in eene richting, die met den horizon een hoek van 30° maakt. Na 6 seconden komt het lichaam op den grond.

a) Hoe hoog is de toren?

b) Hoe ver van den toren komt het lichaam op den grond?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines.

63. Een lichaam wordt met dezelfde beginsnelheid, waarmee het, in vertikale richting opgeworpen, eene hoogte van 80 M zou bereiken, schuins omhoog geworpen en bereikt nu eene grootste hoogte van 20 M. Op welken afstand van het uitgangspunt zal het lichaam weer neerkomen?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

OPLOSSING. De beginsnelheid voor den vertikalen worp vindt men uit (§ 201)

$$c_0 = \sqrt{2gs_1} = \sqrt{2 \times 1000 \times 8000} = 4000 \text{ kines.}$$

Deze snelheid ontbindt men in eene vertikale componente c_1 en eene horizontale componente c_2 . De tweede blijft gedurende de beweging onveranderd; de eerste wordt samengesteld met de snelheid, door de zwaartekracht aan het lichaam medegedeeld. Daar de vertikale snelheid in het hoogste punt nul wordt, vindt men de vertikale componente c_1 , der beginsnelheid (verg. § 201) uit

$$0 = \sqrt{c_1^2 - 2gs_2}$$

$$c_1 = \sqrt{2gs_2} = \sqrt{2 \times 1000 \times 2000} = 2000 \text{ kines.}$$

Den geheelen duur der beweging vindt men (verg. § 203) door in de formule voor de vertikale componente van den weg $s_2 = c_1 t - \frac{1}{2} g t^2$ de waarde $s_2 = 0$ te substitueeren.

De duur der beweging wordt dan:

$$t = 4 \text{ sec.}$$

De horizontale componente van den weg wordt eenparig afgelegd met de snelheid c_2 .

Deze is $c_2 = \sqrt{c_0^2 - c_1^2} = \sqrt{4000^2 - 2000^2} = 2000 \sqrt{3}$ kines.

Dus is de horizontale componente van den weg:

$$s_3 = c_2 t = 2000 \times \sqrt{3} \times 4 \text{ cM.}$$

64. Aan den voet van een hellend vlak van 1,6 M lengte en 0,8 M hoogte bevindt zich een lichaam van 50 G. Door eene kracht, die gelijk is aan zijn gewicht en in de richting van het hellend vlak werkt, wordt het lichaam langs het hellend vlak omhoog bewogen (zonder wrijving). Als het lichaam in het hoogste punt van het hellend vlak is aangekomen houdt de kracht op te werken en het lichaam beschrijft nu verder eene parabool.

a) Welke hoogte zal het lichaam bereiken?

b) Op welken afstand zal het lichaam weer in het horizontale vlak, dat door het hoogste punt van het hellend vlak gaat, terugkomen?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

(Vergelijk de oplossing van vraag 52).

65. Een paard doorloopt een cirkelomtrek van 5 M straal, terwijl zijn lichaam daarbij met een hoek van 60° tegen den bodem helt. Bereken den omloopstijd.

Versnelling der zwaartekracht = 981,2 kines per sec.

OPLOSSING. Zij (fig. 33) A het zwaartepunt van het paard, $AB = g$ de versnelling der zwaartekracht en $AC = a$ de versnelling der centripetale kracht, dan is

$$a = \frac{1}{3} g \sqrt{3} = \frac{1}{3} \times 981,2 \times \sqrt{3} \text{ kines per sec.}$$

$$\text{Omloopstijd } t = \sqrt{\frac{2 \pi^2 r}{a}} = \sqrt{\frac{4 \pi^2 \times 500}{\frac{1}{3} \times 981,2 \times \sqrt{3}}} \text{ sec. (form. 41).}$$

66. Een stoffelijk punt van 50 G is opgehangen aan een draad, (zonder gewicht) van 1 M lengte. Men brengt het punt in eenen stand, waarin de (gestrekte) draad een hoek van 30° maakt met den evenwichtsstand.

a) Welke snelheid moet men nu aan het punt geven in eene richting loodrecht op het vlak, dat door den eersten en tweeden stand gaat, om het punt een cirkel te doen beschrijven? b) Hoe groot is de spanning in den draad gedurende deze beweging?

Versnelling der zwaartekracht = 981,2 kines per sec.

67. a) In welken tijd zou de aarde om hare as moeten draaien, als op eene geographische breedte van 60° de versnelling der zwaartekracht nul was?

b) Met welke versnelling zou onder deze omstandigheden een lichaam op de genoemde breedte zich in horizontale richting naar den evenaar trachten te bewegen?

Men beschouwe de aarde als een homogene bol, die door de aswenteling niet afgeplat wordt.

Versnelling der zwaartekracht op den evenaar = 978,1 kines per sec;

straal der aarde = 637 000 000 cM.

$$\pi = 3,1416.$$

(Aanwijzing: Men berekene de versnelling der aantrekkingskracht en ontbinde haar in eene centripetale en eene horizontale versnelling. Verg. § 166 en 188).

68. Het eene uiteinde eener 37,5 cM lange glazen buis

ligt 22,5 cM hooger, dan het andere. De buis kan om eene vertikale door het laagste uiteinde gaande as wentelen. Welke hoeksnelheid moet men aan de buis geven om een bewegelijk bolletje, dat zich in de buis bevindt, bij de omwenteling in het midden der buis te houden? (fig. 34).

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.
(Vergelijk de oplossing van vraag 27).

69. Een lichaam wordt aan een draad van 122,5 cM lengte in een horizontaal vlak, dat 4,9 M boven den grond ligt, eenparig rondgeslingerd met eene hoeksnelheid van 5 (hoekeenheden). Op een bepaald oogenblik komt het lichaam vrij.
a) Wanneer en b) waar bereikt het den grond?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

VI. Slinger.

70. Het slingerende punt van een wiskundigen slinger heeft eene massa van 2 G.

a) Hoe groot is de bewegende kracht, die er op werkt op het oogenblik, dat het zich op een afstand 0,1 der slingerlengte van den evenwichtsstand bevindt? b) Hoe groot is dan zijne versnelling?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

71. Om een draadslinger van 1 M lengte, die bij benadering als wiskundige slinger kan beschouwd worden, bij eene afwijking van 30° in den toestand van evenwicht te houden, moet men op het kleine bolletje in eene richting loodrecht op den draad eene kracht van 12250 dynes uitoefenen. Hoe groot is de slingertijd van dezen slinger voor kleine slingeringen?

Massa van het bolletje = 25 G.

72. Het aantal slingeringen van een wiskundigen slinger is tweemaal zoo groot als dat van een anderen wiskundigen slinger in denzelfden tijd. Hoe verhouden zich de versnellingen, die de slingerende punten van beide slingers in twee punten hunner banen ondergaan, die even ver van de evenwichtsstanden verwijderd zijn?

73. Hoe lang zou een slinger op de maan moeten zijn, om een slingertijd te hebben van $1:24 \times 60 \times 60$ van den duur van 1 dag op de maan (= $29\frac{1}{2}$ van onze dagen)? Men verwaarlooze de aswenteling der maan. (Verg. vraagstuk 39).

Versnelling der aantrekkingskracht op de aarde = 981,5 kines per sec.;

massa der maan = 0,0123 van die der aarde;

straal der maan = 0,25 van die der aarde.

74. Bereken de lengte, die de secondeslinger op een evenaar der zon zou hebben. Men beschouwe de zon als een homogene bol.

Massa der zon = 325000 maal die der aarde;

straal der zon = 108 maal die der aarde;

duur eener aswenteling der zon = $25\frac{1}{4}$ dag;

versnelling der aantrekkingskracht op den evenaar der aarde = 981,5 kines per sec.

75. Een uurwerk met secondeslinger, dat te Parijs juist loopt, wordt naar Cayenne overgebracht.

a) Hoeveel loopt het daar dagelijks vóór of achter?

b) Hoeveel moet de (wiskundige) lengte van den slinger veranderd worden, om het uurwerk te Cayenne weer juist te doen loopen?

Versnelling der zwaartekracht te Parijs = 981,0 kines per sec.

” ” ” te Cayenne = 978,3 ” ” ”

***76.** Het slingerende punt van een wiskundigen slinger van 170 cM lengte wordt op een afstand van 5 cM. uit den evenwichtsstand gebracht en ontvangt daarna een stoot, die het om den evenwichtsstand een cirkel van 5 cM straal doet beschrijven. Bereken uit de daarvoor vereischte centripetale versnelling de snelheid, waarmede het slingerende punt door den evenwichtsstand zou gaan, indien men het wederom 5 cM daaruit gebracht had, en het nu op de gewone wijze liet slingeren.

In het laatste geval beschouwe men de beschreven boog als rechte lijn (§ 220 en 221).

Versnelling der zwaartekracht = 979,2 kines per sec.

VII. Arbeid en arbeidsvermogen.

77. Hoeveel arbeid moet verricht worden, om eene last van 50 KG over een weg van 6 M langs een hellend vlak op te trekken, waarvan de hoogte $h = \frac{1}{4}$ der lengte l is?

Men verwaarlooze de wrijving.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

OPLOSSING. 1) Dynam. stelsel.

Gewicht van het lichaam $p = 50 \times 980\,000$ dynes.Vereischte kracht $k = p \times \frac{h}{l} = \frac{1,5}{6} \times 50 \times 980\,000$ dynes (§ 248).Arbeid $A = k \times s = \left(\frac{1,5}{6} \times 50 \times 980\,000\right) \times 600$ ergs. (§ 244).*Of ook:*Arbeid $A = p \times h = (50 \times 980\,000) \times \left(\frac{1,5}{6} \times 600\right)$ ergs. (form. 66).

2) Stat. stelsel.

Vereischte kracht $k = p \times \frac{h}{l} = 50 \times \frac{1,5}{6}$ KG (§ 248).Arbeid $A = k \times s = \left(50 \times \frac{1,5}{6}\right) \times 6$ KGM (§ 244).*Of ook:*Arbeid $A = p \times h = 50 \times 1,5$ KGM (form. 66).

78. Hoeveel arbeid moet verricht worden, om een lichaam van 100 KG tegen een hellend vlak van 10 M lengte en 2 M hoogte op te trekken, als de wrijving gelijk gesteld kan worden met eene tegenwerkende kracht van 5 KG?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

79. Hoe groot is de arbeid, verricht door eene constante kracht van 0,01 KG, als zij aan een lichaam van 1 KG massa eene snelheid van 300 kines heeft medegedeeld?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

OPLOSSING. 1) Dynam. stelsel.

Kracht $k = 10 \times 980$ dynes.Versnelling $a = \frac{k}{m} = \frac{10 \times 980}{1000} = 9,8$ kines per sec.Weg, waarvoor de kracht gewerkt heeft, $s = \frac{c^2}{2a} = \frac{300^2}{2 \times 9,8}$ cM (form. 6).Arbeid $A = k \times s = (10 \times 980) \times \frac{300^2}{2 \times 9,8}$ ergs. (§ 244).*Of ook:*

Verrichte arbeid = arbeidsvermogen van beweging van het lichaam.

Arbidsvermogen van beweging $A = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 300^2$ ergs. (form. 67).

2) Stat. stelsel.

Massa van het lichaam $m = \frac{p}{g} = \frac{1}{9,8}$ stat. eenh. van massa.

Versnelling $a = \frac{k}{m} = \frac{0,01 \times 9,8}{1} = 0,098$ stat. eenh. van versnelling.

Verkregen snelheid $c = 3$ stat. eenh. van snelheid (§ 107).

Weg $s = \frac{c^2}{2a} = \frac{3^2}{2 \times 0,098}$ M (form. 6).

Arbeid $A = k \times s = 0,1 \times \frac{3^2}{2 \times 0,098}$ KGM (§ 244).

Of ook:

Arbeid = arbeidsvermogen van beweging = $\frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9,8} \times 3^2$ KGM (form. 67).

80. Hoe groot is de arbeid eener constante kracht, die een lichaam van 1000 G, dat zich met eene snelheid van 1200 kines beweegt, in 10 sec. tot rust brengt?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec. Men verwaarlooze wrijving en weerstand.

81. Een lichaam van 0,3 KG valt van eene hoogte van 78,4 M. Hoe groot is 2 sec. na het begin der beweging

a) zijn arbeidsvermogen van plaats ten opzichte van den grond, b) zijn arbeidsvermogen van beweging?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

82. Een lichaam wordt vertikaal omhoog geworpen met eene snelheid van 49 statische eenheden van snelheid. Zijn gewicht is 0,5 KG.

a) Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van plaats in het hoogste punt zijner baan? b) Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van beweging, als het 60 M gestegen is?

Versnelling der zwaartekracht = 9,8 stat. eenh. van versnelling.

OPLOSSING. 1) **Dynam. stelsel.**

a) Grootste hoogte, die het lichaam bereikt $h = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{4900^2}{2 \times 980} = 12250$ cM (§ 201).

Gewicht van het lichaam $p = 0,5 \times 980\,000$ dynes.

Arbeidsvermogen van plaats

$A = p \times h = 0,5 \times 980\,000 \times 12250 = 6\,002\,500\,000$ ergs. (form. 66).

Of ook:

Arbeidsvermogen van plaats in het hoogste punt = arbeidsvermogen van beweging in het begin.

Massa van het lichaam $m = 500$ G.

Arbeidsvermogen van beweging

$$A = \frac{1}{2} mc_0^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 4900^2 = 6\,002\,500\,000 \text{ ergs. (form. 67).}$$

b) Snelheid op de gegeven hoogte

$$c = \sqrt{c_0^2 - 2gh_1} = \sqrt{4900^2 - 2 \times 980 \times 6000} = 3500 \text{ kines (form. 58).}$$

Arbeidsvermogen van beweging

$$A_1 = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 3500^2 = 3\,062\,500\,000 \text{ ergs.}$$

Of ook:

Arbeidsvermogen van beweging = arbeidsvermogen van plaats in het hoogste punt verminderd met het arbeidsvermogen van plaats op de gegeven hoogte.

$$A_1 = \frac{1}{2} mc^2 = ph - ph_1 = 0,5 \times 980\,000 \times (12250 - 6000) = 3\,062\,500\,000 \text{ ergs.}$$

2) Stat. ste'sel.

a) Grootste hoogte $h = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{49^2}{2 \times 9,8} = 122,5 \text{ M.}$

Arbeidsvermogen van plaats $A = p \times h = 0,5 \times 122,5 = 61,25 \text{ KGM.}$

Of ook zooals boven:

Arbeidsvermogen van beweging in 't begin

$$A = \frac{1}{2} mc_0^2 = \frac{1}{2} \times \frac{0,5}{9,8} \times 49^2 = 61,25 \text{ KGM.}$$

b) Snelheid $c = \sqrt{c_0^2 - 2gh_1} = \sqrt{49^2 - 2 \times 9,8 \times 60} = 35 \text{ stat. eenh. van snelheid.}$

Arbeidsvermogen van beweging

$$A_1 = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \times \frac{0,5}{9,8} \times 35^2 = 31,25 \text{ KGM.}$$

Of ook, zooals boven:

$$A_1 = \frac{1}{2} mc^2 = ph - ph_1 = 0,5 \times (122,5 - 60) = 31,25 \text{ KGM.}$$

83. Een lichaam van 98 G wordt vertikaal omhoog geworpen met eene snelheid van 4900 kines.

a) Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van plaats 3 sec. na het begin der beweging? b) Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van beweging op eene hoogte van 44,1 M?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

84. Een lichaam van 49 G wordt vertikaal omhoog geworpen en heeft 3 sec. na het begin der beweging eene snelheid van 6860 kines.

a) Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van plaats op het oogenblik, dat zijne snelheid 3920 kines is. b) Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van beweging 2 sec. na het begin der beweging?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

85. Een lichaam wordt van eene hoogte van 45 M met eene snelheid van 400 kines vertikaal omlaag geworpen. Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van beweging bij het neerkomen op den grond?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

86. Door de pees van eenen handboog 20 cM uit te trekken, kan men eenen pijl van 50 G 60 M vertikaal omhoog schieten. Als men aanneemt, dat de voor het spannen van den boog verrichte arbeid geheel in arbeidsvermogen van den pijl is overgegaan, hoe groot is dan de gemiddelde kracht, waarmede men aan de pees getrokken heeft?

Versnelling der zwaartekracht = 981 kines per sec.

87. Eene spiraalveer van 20 cM lengte wordt tot op 8 cM samengedrukt. Door zich te ontspannen, kan de veer aan eenen kogel van 24,5 G eene snelheid van 10 statische eenheden van snelheid mededeelen, waarbij men aanneemt, dat de geheele verrichte arbeid in arbeidsvermogen van den kogel overgaat. Hoe groot is de gemiddelde kracht, waarmede de veer is samengedrukt?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

88. Een lichaam van 1 KG beweegt zich vertikaal omhoog en passeert zeker punt A met eene snelheid van 300 kines. Van dit oogenblik af begint eene constante kracht vertikaal naar boven op het lichaam te werken, tot het 50 M hooger gekomen is in B. Daarna stijgt het lichaam nog 100 M.

a) Hoe groot is de arbeid der kracht? b) Hoe groot is de kracht?

Beantwoord vraag b ook door gebruik te maken van de wetten der beweging.

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per seconde.

89. In een geweerloop van 1 M lengte werkt de gasdruk met eene standvastige kracht van 20,016 KG op eenen kogel van 16 G. Welke hoogte bereikt de kogel, als hij vertikaal omhoog geschoten wordt?

Alle weerstanden worden verwaarloosd.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

OPLOSSING. 1) **Dynam. stelsel.**

Arbeid der kracht $A = k \times s = (20,016 \times 980\,000) \times 100$ ergs. (form. 63).

Arbeidsvermogen van plaats van den kogel in het hoogste punt
 $A_1 = p \times h = (16 \times 980) \times h$ ergs.

Daar $A = A_1$ is, vindt men

$$h = \frac{k \times s}{p} = \frac{20,016 \times 980\,000 \times 100}{16 \times 980} = 125\,100 \text{ cM.}$$

h is hier gerekend van het laagste, niet van het hoogste punt van den loop.

Men vergelijke met deze oplossing de volgende, die verkregen wordt door toepassing van de wetten der beweging en van de betrekking tusschen kracht, massa en versnelling.

Kracht door den gasdruk uitgeoefend, $k = 20,016 \times 980\,000$ dynes.

Gewicht van het lichaam $p = 0,016 \times 980\,000$ dynes.

Kracht, die beweging veroorzaakt, $k_1 = k - p = 20 \times 980\,000$ dynes.

Versnelling in den loop $a = \frac{k_1}{m} = \frac{20 \times 980\,000}{16}$ kines per sec.

Eindsnelheid in den loop $c = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \times \frac{20 \times 980\,000}{16} \times 100}$ kines.

Dit is ook de snelheid c_0 , waarmede de kogel zijne beweging in de lucht begint.

Grootste hoogte $s_1 = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{2 \times 20 \times 980\,000 \times 100}{16 \times 2 \times 980} = 125\,000$ cM (§ 201).

Weg in den loop en in de lucht $s + s_1 = 100 + 125\,000 = 125\,100$ cM.

2) **Stat. stelsel.**

Arbeid der kracht $A = k \times s = 20,016 \times 1$ KGM.

Arbeidsvermogen van plaats van den kogel in het hoogste punt
 $A_1 = p \times h = 0,016 \times h$ KGM.

Daar $A = A_1$ is, vindt men

$$h = \frac{k s}{p} = \frac{20,016 \times 1}{0,016} = 1251 \text{ M.}$$

Of zoo als boven:

Kracht, door den gasdruk uitgeoefend, $k = 20,016$ KG.

Gewicht van het lichaam $p = 0,016$ KG.

Kracht, die beweging veroorzaakt $k_1 = k - p = 20$ KG.

Massa des kogels $m = \frac{0,016}{9,8}$ stat. eenheden van massa.

Versnelling in den loop $a = \frac{k_1}{m} = \frac{20 \times 9,8}{0,016}$ stat. eenheden van versnelling.

Eindsnelheid in den loop $c = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \times \frac{20 \times 9,8}{0,016} \times 1}$ stat. eenh. van snelheid.

$$\text{Grootste hoogte } s_1 = \frac{c_0^2}{2g} = \frac{2 \times 20 \times 9,8}{0,016 \times 2 \times 9,8} = 1250 \text{ M.}$$

Weg in den loop en in de lucht $s + s_1 = 1 + 1250 = 1251 \text{ M.}$

90. Men beweegt de hand, waarop een lichaam van 0,2 KG ligt, over 0,5 M vertikaal omhoog en houdt ze dan plotseling stil. Het lichaam stijgt na dit oogenblik nog 4,5 M hooger.

a) Hoe groot is het arbeidsvermogen van beweging, dat het lichaam had op het oogenblik, dat het de hand verliet?

b) Hoe groot is de arbeid, dien men bij het opheffen der hand verricht heeft?

c) Hoe groot is de *standvastige* kracht, die men op het lichaam heeft laten werken?

d) Met welke snelheid heeft het lichaam de hand verlaten?

e) Hoe groot is de versnelling, waarmede de hand zich omhoog bewogen heeft?

f) Hoe lang heeft de beweging der hand geduurd?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

91. Nadat een heiblok van 200 KG over eene hoogte van 1,25 M gevallen is, komt het op eenen paal terecht en drijft dezen 0,25 M diep in den grond. De massa van den paal kan verwaarloosd worden.

Bereken den weerstand van den grond a) door de wetten van den arbeid, b) door de wetten der beweging.

Stel de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

92. Een lichaam van 100 KG beweegt zich met een beginsnelheid van 1000 kines in eene weerstandbiedende stof en komt in 4 seconden tot rust. Hoe groot is de arbeid eener constante kracht, die men op het lichaam moet laten werken, om het over een weg van 5 M tot rust te brengen?

Stel de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

OPLOSSING.

Vertraging door de wrijving $a = \frac{c_0}{t} = \frac{1000}{4} = 250 \text{ kines per sec.}$

Weg onder de werking der wrijving alleen afgelegd $s = \frac{c_0^2}{2a} = \frac{1000^2}{2 \times 250} = 2000 \text{ cM.}$

Arbeid der wrijving = arbeidsvermogen van beweging bij het begin $A = \frac{1}{2} mc_0^2 = \frac{1}{2} \times 100\,000 \times 1000^2 = 50\,000\,000\,000 \text{ ergs.}$

$$\text{Wrijving } w = \frac{A}{s} = \frac{50\,000\,000\,000}{2000} = 25\,000\,000 \text{ dynes.}$$

Is de gevraagde kracht k dynes, dan is de arbeid der kracht en die der wrijving over den weg s_1 ($= 500$ cM) gelijk aan het aanvankelijke arbeidsvermogen van beweging; dus $(k + w) \times s_1 = A$; waaruit

$$k = \frac{A - w \times s_1}{s_1} = \frac{50\,000\,000\,000 - 25\,000\,000 \times 500}{500} = 75\,000\,000 \text{ dynes.}$$

Los deze vraag ook op door gebruik te maken van het statische stelsel.

93. Hoe groot is de arbeid der kracht in vraagstuk 18?

94. Hoe groot is de arbeid der vertragende kracht in vraagstuk 20?

95. Hoe groot is de arbeid der bewegende kracht en hoe groot de arbeid der wrijving gedurende de geheele beweging in vraagstuk 22?

96. Hoe groot is de arbeid der kracht en hoe groot de arbeid der wrijving gedurende de geheele beweging in vraagstuk 23?

97. Bij een toestel van Atwood' bevinden zich de beide groote massa's, elke van 93 G, op gelijke hoogte. Men plaatst op de ééne eene massa van 10 G en brengt haar dan 81 cM hooger. Bereken de snelheid, waarmede het stel lichamen door den oorspronkelijken stand zal gaan, op twee manieren, *a*) door gebruik te maken van de wetten der beweging en *b*) door de wetten van den arbeid toe te passen.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

Men verwaarlooze de massa van katrol en koord, alsmede alle weerstanden.

98. Een lichaam van 2 KG glijdt zonder wrijving langs een hellend vlak van 61,25 M lengte en 30° hellingshoek. Hoe groot is zijn arbeidsvermogen van beweging in het laagste punt?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

99. In het laagste punt van een hellend vlak van 25 M lengte en 5 M hoogte bevindt zich een lichaam van 1 KG. Een koord, dat aan dit lichaam bevestigd is, loopt evenwijdig met het hellend vlak, daarna over eene katrol, die zich bij het hoogste punt van het hellend vlak bevindt; het draagt aan het andere uiteinde een gewicht van 500 G, dat langs de hoogte

van het hellend vlak 5 M kan dalen. Men vraagt de snelheid, waarmede het tweede lichaam op den grond aankomt, te berekenen 1) door gebruik te maken van de wetten der beweging, 2) door de wetten van den arbeid toe te passen. De massa's van touw en katrol worden verwaarloosd.

Versnelling der zwaartekracht = 981,245 kines per sec.

100. Een lichaam wordt langs een hellend vlak, waarvan de hoogte = $\frac{3}{5}$ der lengte is, naar boven geworpen, en verlaat het hellend vlak in de richting der lengte met eene snelheid van 2500 kines. Bereken door de wet van het behoud van arbeidsvermogen, welke snelheid het lichaam in het hoogste punt zijner parabolische beweging zal hebben.

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

OPLOSSING. Men ontbinde de beginsnelheid c_0 der parabolische beweging in eene vertikale componente c_1 en in eene horizontale componente c_2 .

Vertikale componente $c_1 = c_0 \times \frac{3}{5} = 2500 \times \frac{3}{5} = 1500$ kines.

Horizontale componente $c_2 = c_0 \times \frac{4}{5} = 2500 \times \frac{4}{5} = 2000$ kines.

Grootste hoogte $s_1 = \frac{c_1^2}{2g} = \frac{1500^2}{2 \times 1000} = 1125$ cM (§ 201).

Is de massa van het lichaam = m G, dan is:

Aanvankelijk arbeidsvermogen van beweging $A = \frac{1}{2} m c_0^2 = \frac{1}{2} m \times 2500^2$ ergs.

Gewicht van het lichaam $p = m \times g = m \times 1000$ dynes.

Arbeidsvermogen van plaats in het hoogste punt $A_1 = p \times s_1 = m \times 1000 \times 1125$ ergs.

Arbeidsvermogen van beweging in het hoogste punt $A_2 = A - A_1 = \frac{1}{2} m \times 2500^2 - m \times 1000 \times 1125 = m \times 2000000$ ergs.

Snelheid $c_3 = \sqrt{\frac{2 A_2}{m}} = \sqrt{4000000} = 2000$ kines (form. 67).

De snelheid in het hoogste punt is de horizontale componente c_2 der beginsnelheid.

101. Los het vraagstuk 63 op door gebruik te maken van de wet van het behoud van arbeidsvermogen.

102. Door eene kracht van 10 KG op eene spiraalveer te laten werken, kan men de veer 8 cM korter maken. Als het arbeidsvermogen, dat de veer daardoor verkregen heeft, dient, om aan eenen kogel van 10 G eene snelheid mede te deelen,

a) hoe hoog zal de kogel met de verkregen snelheid vertikaal kunnen stijgen?

b) Hoeveel zouden de stijghoogte en de worpsverheid bedragen, als de aanvankelijke richting des kogels een hoek van 30° met den horizon maakte?

Men stelde de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.

103. Een secondslinger (wiskundige slinger), waarvan het slingerende punt 0,5 KG weegt, wordt 30° uit den evenwichtsstand verwijderd en dan los gelaten.

a) Met welke snelheid gaat het slingerende punt door den evenwichtsstand? b) Hoe groot is op dat oogenblik de spanning van den draad?

Versnelling der zwaartekracht = 981 kines per sec.

$$\pi = 3,1416.$$

** VIII. Zwaarte-potentiaal.

Bij het oplossen dezer vraagstukken neme men de versnelling der zwaartekracht of aantrekkingskracht $g = 981,2$ kines per sec. (§ 269).

den straal der aarde $r = 637 \times 10^6$ cM; .

de massa der aarde $M = 602 \times 10^{25}$ G; .

de constante der gravitatie $f = 66 \times 10^{-9}$.

Men verwaarlooze den weerstand der lucht.

104. Als een lichaam, welks afstand tot het middelpunt der aarde tweemaal zoo groot is als de straal der aarde, uit den toestand van rust naar de aarde begint te vallen, welken weg zal het dan in de eerste seconde afleggen?

105. Bereken den arbeid, die vereischt wordt, om een lichaam van 5 KG van de oppervlakte der aarde te brengen op eene hoogte van 1000 M, a) als men aanneemt, dat de zwaartekracht constant blijft; b) als men de veranderlijkheid der zwaartekracht in aanmerking neemt.

106. Met welke beginsnelheid zou men een lichaam verticaal omhoog moeten werpen, om het eene hoogte van 100 000 M te doen bereiken, a) als men aanneemt, dat de zwaartekracht constant blijft, b) als men de veranderlijkheid der zwaartekracht in aanmerking neemt?

107. Als een meteor van 1 KG, wiens afstand tot het middelpunt der aarde 60 aardstralen is, zonder beginsnelheid vertikaal naar de aarde viel, hoe groot zou dan bij de aankomst op de aarde zijn arbeidsvermogen van beweging en zijne snelheid zijn?

108. Welke hoogte zou een lichaam boven het oppervlak der aarde bereiken, dat met een snelheid van 1000000 kines in vertikale richting werd opgeworpen?

109. Waar ligt op de lijn, die de middelpunten van aarde en maan verbindt, het punt, waarin de aantrekking door de aarde evenwicht maakt met die door de maan? Met welke beginsnelheid zou men een lichaam van de aarde verticaal omhoog moeten werpen, om het dit punt te doen bereiken? Bij de beantwoording der tweede vraag neme men aan, dat de maan geene verandering brengt in het zwaarte-veld der aarde.

Afstand der middelpunten van maan en aarde = 60 aardstralen;
 massa der maan = 0,0123 van die der aarde.

110. Hoe groot is de potentiaal van het zwaarte-veld der zon in een punt van de oppervlakte der zon?

Straal der zon = 108 aardstralen;
 massa der zon = 325000 maal die der aarde.

111. Men heeft uitbarstingen op de zon waargenomen, die eene hoogte van $\frac{1}{4}$ van den straal der zon kunnen bereiken. Welke snelheid moet een stofdeeltje op de zon in vertikale richting hebben, om deze hoogte te kunnen bereiken?

Straal en massa der zon zie vraagstuk 110.

IX. Druk der vloeistoffen.

112. Twee buizen staan met elkaar in gemeenschap. In de eerste buis en in de verbindingsbuis bevindt zich kwik; in de tweede buis kwik, water en olie. Het kwik staat in de eerste buis 60 mM hooger dan in de tweede; water en olie in de tweede buis wegen evenveel. Welk is het hoogteverschil der vloeistofspiegels?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; van olie = 0,94.

113. Twee buizen staan met elkaar in gemeenschap. In de eerste buis en in de verbindingsbuis bevindt zich kwik; in de tweede buis kwik, water en olie. Het kwik staat in de eerste

buis 60 mM hooger dan in de tweede; water en olie in de tweede buis hebben gelijke hoogten. Welk is het hoogteverschil der vloeistofspiegels?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; van olie = 0,94.

114. Twee communicerende vaten van 20 cM² en 30 cM² doorsnede bevatten tot zekere hoogte water. Op het water drukken gemakkelijk beweegbare zuigers van 400 en 480 G gewicht. a) Hoe groot is het hoogteverschil der wateroppervlakten? b) Hoeveel gewichtstukken moet men op een der zuigers plaatsen, om de oppervlakten van het water in beide vaten even hoog te doen worden?

OPLOSSING. Men denkt zich de zuigers vervangen door waterkolommen van gelijken druk (form 80):

$$P_1 = 400 = 20 \times h_1 \times 1; h_1 = 20 \text{ cM.}$$

$$P_2 = 480 = 30 \times h_2 \times 1; h_2 = 16 \text{ cM.}$$

In den toestand van evenwicht zal dus de eerste zuiger 20 - 16 = 4 cM lager staan dan de tweede.

Op den tweeden zuiger moet dus nog geplaatst worden een gewichtstuk van:

$$p = o \times h \times s = 30 \times 4 \times 1 \text{ G.}$$

115. Twee communicerende vaten hebben doorsneden van 25 cM² en 20 cM². In het eerste vat en in de verbindingsbuis is water; in het tweede vat water en olie. De hoogte der kolom olie is 25 cM.

a) Hoe groot is het verschil der vloeistofoppervlakten in beide vaten? b) Hoe zou de hoogte der vloeistofoppervlakten veranderen, als men op het oppervlak van het water in het eerste vat een zuiger van 180 G gewicht liet drukken?

Soort. gewicht van olie = 0,94.

OPLOSSING. a) De hoogte der waterkolom, die denzelfden druk uitoefent als de olie, is (form. 82):

$$h_1 = \frac{h \times S}{S_1} = \frac{25 \times 0,94}{1} = 23,5 \text{ cM.}$$

Het hoogteverschil der oppervlakten in beide vaten is dus = 25 - 23,5 = 1,5 cM.

b) Het gewicht van den zuiger kan men zich vervangen denken door 180 cM³ water. Giet men deze op het water in het eerste vat, dan zal, nadat evenwicht ingetreden is, het hoogteverschil der oppervlakten in beide vaten 1,5 cM zijn.

Deze 180 cM^3 water moet men echter verdeelen over beide vaten, dus over eene doorsnede van $(25 + 20) = 45 \text{ cM}^2$. In beide vaten zouden de vloeistofoppervlakten dus $\frac{180}{45} = 4 \text{ cM}$ gerezen zijn. De olie is dus 4 cM hooger gekomen; men vindt den stand der oppervlakte van het water in het andere vat, door 180 cM^3 water wederom door den zuiger te vervangen. De 180 cM^3 water hebben echter in het eerste vat eene hoogte van $\frac{180}{25}$ of $7,2 \text{ cM}$. De daling van den vroegeren waterspiegel bedraagt dus $7,2 - 4 = 3,2 \text{ cM}$, zoodat nu het hoogteverschil van de oppervlakten van de olie in het tweede en het water in het eerste vat bedraagt $1,5 + 4 + 3,2 = 8,7 \text{ cM}$.

116. Van twee communiceerende vaten zijn de doorsneden 50 cM^2 en $12,5 \text{ cM}^2$. In beide vaten staat vloeistof van het soortelijk gewicht $1,7$ even hoog. Hoe zou de hoogte de vloeistofoppervlakten veranderen, als op de vloeistof in het wijdere vat een goed sluitende, maar zonder wrijving beweegbare zuiger van $3,4 \text{ KG}$ gewicht drukte?

117. Twee communiceerende vaten zijn gedeeltelijk met kwik gevuld. In het eene vat, welks doorsnede $\frac{1}{3} \text{ dM}^2$ is, giet men 1 L water en 1 L alcohol. Hoe groot wordt daar door het hoogteverschil der kwikspiegels?

Soort. gewicht van kwik = $13,6$; van alcohol = $0,8$.

118. Twee communiceerende vaten zijn gedeeltelijk gevuld met eene vloeistof van het soortelijk gewicht $1,25$. In het eene vat, dat eene doorsnede van 40 cM^2 heeft, giet men nog eene kolom eener tweede vloeistof van 25 cM hoogte. Als nu de oppervlakten der eerste vloeistof 16 cM verschillen, hoe groot is dan het soortelijk gewicht der tweede vloeistof? En hoeveel moet het gewicht van een op de tweede vloeistof drukkende zuiger zijn, wil het niveau van de tweede vloeistof dezelfde hoogte hebben als dat der eerste vloeistof in het andere vat?

119. Twee communiceerende vaten zijn gedeeltelijk met olie gevuld. Op de olie in het eene vat, waarvan de doorsnede 50 cM^2 is, drukt een goed sluitende, maar zonder wrijving beweegbare zuiger van 470 G .

a) Hoe groot is het hoogteverschil der beide vloeistofspiegels?

b) Hoeveel cm^3 alcohol moet men in het tweede vat, waarvan de doorsnede 20 cm^2 is, bijgieten, om de oppervlakten der olie in beide vaten even hoog te brengen?

Soort. gewicht van olie = 0,94; van alcohol = 0,8.

120. Twee open cilindervormige buizen staan met elkaar in gemeenschap. De eene is 60 cm lang, heeft eene doorsnede van 30 cm^2 en is van boven, waar zij vlak afgeslepen is, bedekt met eene plaat, die 25 G weegt. De andere buis is 3 M lang. Beide buizen zijn geheel met eene vloeistof gevuld. Indien men nu om evenwicht te maken, de plaat met 5,663 KG moet belasten, vraagt men het soortelijk gewicht der gebruikte vloeistof (Breda).

X. Wet van Archimedes en soortelijk gewicht.

121. Een stuk hout heeft den vorm van een parallelepipedum (balk). Zijn grondvlak is 25 cm lang en 20 cm breed; zijne hoogte is 15 cm. Het drijft op water. Met welke kracht moet men het stuk hout vertikaal naar beneden drukken, om zijn bovenvlak met den waterspiegel te doen samenvallen?

Soort. gewicht van het hout = $\frac{2}{3}$.

122. Eene ijsschots van rechthoekigen vorm, lang 2 M en breed 1,5 M, die overal even dik is, drijft op zeewater en steekt er 2 cm boven uit.

a) Hoe dik is het ijs? b) Hoeveel kilogram moet men er op plaatsen, om haar bovenvlak met den waterspiegel te doen samenvallen?

Soort. gewicht van ijs = 0,9; van zeewater = 1,03.

123. Hoe dik moet eene drijvende ijsschots van 6 M^2 oppervlakte minstens zijn, om iemand van 75 KG gewicht te kunnen dragen?

Soort. gewicht van ijs = 0,9.

124. Een driekante balk, waarvan de doorsnede een gelijkzijdige driehoek is, drijft in het water met een der ribben naar beneden. Zoo nu de zijden der doorsnede elk 4 dm lang zijn, vraagt men de diepte van de ondergedompelde ribbe onder het niveau van het water (Breda).

Soort. gewicht van den balk = 0,75.

125. Een driekante balk, waarvan de doorsnede een gelijk-

zijdige driehoek is, drijft in het water met een der ribben naar boven. Zoo nu de zijden der doorsnede elk 4 dM lang zijn, vraagt men, hoeveel de niet ondergedompelde ribbe boven het niveau van het water uitsteekt.

Soort. gewicht van den balk = 0,75.

126. Een kubus van geelkoper (roodkoper en zink) van 2 cM ribbe weegt 62,4 G. Hoeveel bedragen de gewichten van koper en van zink in het geelkoper?

Soort. gewicht van koper = 8,8; van zink = 7,2.

Oplossing. Stel het gewicht van het koper x G en van het ijzer y G, dan zijn de volumina $\frac{x}{8,8}$ cM³ en $\frac{y}{7,2}$ cM³. Men heeft dus twee vergelijkingen

$$x + y = 62,4$$

$$\frac{x}{8,8} + \frac{y}{7,2} = 2^3$$

waaruit men x en y kan vinden.

127. Met de hydrostatische balans is het gewicht van een lichaam in de lucht gevonden = 50 G en in water = 40 G. Wat zou dit lichaam in alcohol van het soortelijk gewicht 0,8 wegen?

128. Met de hydrostatische balans heeft men het gewicht van een lichaam in lucht = 50 G en in water = 40 G gevonden. Hoe groot is het soortelijk gewicht eener vloeistof, waarin dit lichaam 42 G weegt?

Oplossing. Volume verplaatst water $v = 50 - 40 = 10$ cM³.

Volume der verplaatste vloeistof $v_1 = 10$ cM³.

Gewicht der verplaatste vloeistof $p = 50 - 42 = 8$ G.

Soort. gewicht der vloeistof $S = \frac{p}{v} = \frac{8}{10} = 0,8$.

129. Een zoutkristal weegt 18,00 G in de lucht en 14,60 G in olie. Een koperen bolletje verliest in water 12,50 G en in dezelfde olie 11,65 G aan gewicht. Gevraagd het soortelijk gewicht van het zout.

130. Men heeft de schaal van een areometer (volumeter) zoo gemaakt, dat hij in verdund zwavelzuur van het soortelijk gewicht 1,25 tot aan de deelstreep 100 inzinkt.

Hoe diep zinkt deze areometer *a*) in water, *b*) in zwavelzuur van het soortelijk gewicht 1,8? *c*) Welk is het soortelijk gewicht eener vloeistof, waarin de areometer tot de deelstreep 150 inzinkt?

131. Men heeft den cilindervormigen steel van eenen areometer van constant gewicht in millimeters verdeeld. Het nulpunt dezer verdeling staat onder aan den steel (boven het verwijde peervormige gedeelte). De areometer wordt nu zoo bezwaard, dat hij in water tot aan het nulpunt inzinkt; hij zinkt dan in alcohol met het soortelijk gewicht 0,8 tot de deelstreep 100.

a) Welke is de verhouding van den inhoud van eene der afdeelingen der buis tot dien van het onderste, niet verdeelde deel van den areometer?

b) Hoe groot is het soortelijk gewicht eener vloeistof, waarin de areometer tot deelstreep 80 inzinkt?

c) Tot welke deelstreep zal hij inzinken in een mengsel van 2 L water en 2 L alcohol (soort. gewicht = 0,8)*).

132. Wat is het soortelijk gewicht van kwik, als een bekerglas, van 70 G gewicht, waarin zich 1020 G kwik bevindt, onder water 987 G weegt; terwijl een ander bekerglas van 65 G gewicht, waarin zich 884 G kwik bevindt, onder olie 867,1 G weegt? — De bekerglazen zijn van dezelfde glassoort gemaakt (Breda).

Soort. gewicht van water = 1; van olie = 0,9.

OPLOSSING. Is het soort. gewicht van kwik S_1 , dat van glas S_2 , dan is bij het eerste glas:

$$\text{Volume van het kwik } v_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{1020}{S_1} \text{ cM}^3.$$

$$\text{„ „ de glasmassa } v'_1 = \frac{p_1}{S_2} = \frac{70}{S_2} \text{ cM}^3.$$

$$\text{„ „ het verplaatste water } = v + v' = \left(\frac{1020}{S_1} + \frac{70}{S_2} \right) \text{ cM}^3.$$

$$\text{Gewicht „ „ „ „ } = \left(\frac{1020}{S_1} + \frac{70}{S_2} \right) \text{ G.}$$

Dit is echter volgens de opgave = (1020 + 70 — 987) G, dus

$$\frac{1020}{S_1} + \frac{70}{S_2} = 1020 + 70 - 987. \quad (1)$$

Bij het tweede glas is:

$$\text{Volume van het kwik } v_2 = \frac{p_2}{S_1} = \frac{884}{S_1} \text{ cM}^3.$$

$$\text{„ „ de glasmassa } v'_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{65}{S_2} \text{ cM}^3.$$

*) Waar in deze vragen van vermenging van vloeistoffen gesproken wordt, is verondersteld, dat daarbij het volume van het mengsel gelijk is aan de som van de volumina der gemengde vloeistoffen.

Volume der verplaatste olie = $v_2 + v'_2 = \left(\frac{884}{S_1} + \frac{65}{S_2}\right) \text{cM}^3$.

Gewicht „ „ „ „ = $(v_2 + v'_2) \times 0,9 = \left(\frac{884}{S_1} + \frac{65}{S_2}\right) \times 0,9 \text{G}$.

Dit is volgens de opgave = $(884 + 65 - 867, 1) \text{G}$, dus

$$\left(\frac{884}{S_1} + \frac{65}{S_2}\right) \times 0,9 = 884 + 65 - 867, 1. \quad (2)$$

Uit (1) en (2) vindt men $S_1 = 13,6$ en $S_2 = 2,5$.

133. Een holle glazen bol weegt $27,2 \text{G}$ en heeft een uitwendig volume van 80cM^3 . Hoeveel cM^3 kwik moet de bol bevatten, om in zwavelzuur van het soortelijk gewicht $1,7$ te zweven?

Soort. gewicht van kwik = $13,6$.

134. Een ijzeren cilinder is zoo op eenen cilinder van platina gesoldeerd, dat de assen van beide cilinders in elkaars verlengde vallen. De doorsneden van beide zijn gelijk. Het geheel zinkt zoo diep in kwik, dat de ijzeren cilinder er $2,5 \text{cM}$ boven uitsteekt. Gevraagd de hoogte van den platina-cilinder (Kahl).

Soort. gewicht van platina = $21,4$; van ijzer = $7,8$; van kwik $13,6$.

135. Een stuk kurk van $38,4 \text{G}$ wordt bevestigd aan een stuk ijzer. Het zoo gevormde lichaam zweeft in alcohol. Men vraagt hoe groot het volume van het ijzer is (Breda).

Soort. gewicht van kurk = $0,24$, van ijzer = $7,8$, van alcohol = $0,8$.

Oplossing. Volume van het kurk $v_1 = \frac{p}{S_1} = \frac{38,4}{0,24} = 160 \text{cM}^3$.

Is het volume van het ijzer v_2 , dan is het geheele volume $(v_1 + v_2) \text{cM}^3$.

Volume van den verplaatsten alcohol = $(v_1 + v_2) \text{cM}^3$.

Gewicht „ „ „ „ „ $p_3 = (v_1 + v_2) \times S_3 = (160 + v_2) \times 0,8 \text{G}$.

Gewicht van het ijzer $p_2 = v_2 \times S_2 = v_2 \times 7,8 \text{G}$.

Dns vindt men het volume v_2 van het ijzer uit

$$(160 + v_2) \times 0,8 = 38,4 + v_2 \times 7,8.$$

136. a) Hoeveel zal een lichaam, dat 4 gewichtsdeelen goud tegen 1 gewichtsdeel zilver bevat en een gewicht van 50G heeft, in kwik wegen?

b) Hoeveel zal een lichaam, dat 4 volumedeelen goud tegen 1 volumedeel zilver bevat, en een gewicht van 50G heeft, in kwik wegen?

Soort. gewicht van goud = 19,3; van zilver = 10,5; van kwik = 13,6.

Oplossing. a) Volume van het goud $v_1 = \frac{p_1}{S_1} = \frac{40}{19,3} \text{ cM}^3$.

„ „ „ zilver $v_2 = \frac{p_2}{S_2} = \frac{10}{10,5} \text{ cM}^3$.

„ „ „ verplaatste kwik $v_3 = (v_1 + v_2) = \left(\frac{40}{19,3} + \frac{10}{10,5}\right) \text{ cM}^3$.

Gewicht van het verdrongen kwik $p_3 = v_3 \times S_3 = \left(\frac{40}{19,3} + \frac{10}{10,5}\right) \times 13,6 \text{ G}$.

Gewicht van het lichaam in kwik =

$p_1 + p_2 - p_3 = 50 - \left(\frac{40}{19,3} + \frac{10}{10,5}\right) \times 13,6 \text{ G}$.

b) Uit de opgave volgt $v_1 : v_2 = 4 : 1$. (1)

Gewicht van het goud $p_1 = v_1 \times S_1 = v_1 \times 19,3 \text{ G}$.

„ „ „ zilver $p_2 = v_2 \times S_2 = v_2 \times 10,5 \text{ G}$.

Dus: $v_1 \times 19,3 + v_2 \times 10,5 = 50$. (2)

Uit (1) en (2) vindt men v_1 en v_2 .

Opwaartsche druk van het lichaam in kwik = $(v_1 + v_2) \times 13,6 \text{ G}$.

Gewicht „ „ „ „ „ = $\{50 - (v_1 + v_2) \times 13,6\} \text{ G}$.

137. Hoe moeten zich a) de volumina en b) de gewichten van goud en van zilver verhouden, om eene daaruit gevormde alliage in kwik te doen zweven?

Soort. gewicht van goud = 19,3; van zilver = 10,5; van kwik = 13,6.

138. Eene alliage van goud en zilver heeft een gewicht van 11,75 G en verliest in alcohol van het soortelijk gewicht 0,8 gewogen 0,56 G aan gewicht. Hoeveel goud en hoeveel zilver bevat het lichaam?

Soort. gewicht van goud = 19,3; van zilver = 10,5.

139. Een ijzeren holle kubus, waarvan de buitenzijde 1 M lang en de wand 1 cM dik is, is zoover met water gevuld, dat hij in water zweeft. Men vraagt naar de hoogte van het water in den kubus, als het soortelijk gewicht van ijzer 7.6 is (Breda).

140. Een kubusvormige ijzeren bak drijft op water. Zijne ribbe is 5 dM, zijn gewicht 29,8 KG. Hoeveel Liter kwik moet men er in gieten, om den bak tot aan den rand te doen inzinken?

Soort. gewicht van kwik = 13,6.

141. Aan een hollen glazen bol van 50 G gewicht en 200 cM^3 (uitwendig) volume wil men een stuk lood bevestigen, zoodat het geheel in alcohol zweeft. Hoe zwaar moet het lood zijn?

Soort. gewicht van alcohol = 0,8; van lood = 11,4.

142. Een prismatisch (balkvormig) lichaam van hout heeft de afmetingen 25, 20 en 10 cM en het soortelijk gewicht $\frac{2}{3}$. Men wil in het hout een cilindervormig gat boren van 5 cM^2 doorsnede en dit met lood vullen, zoodat het geheel in eene vloeistof van het soortelijk gewicht 1,2 zweeft. Hoe diep moet het gat zijn? (Kahl).

Soort. gewicht van lood = 11,4.

143. Men wil een mengsel van water en alcohol maken, dat hetzelfde soortelijk gewicht bezit, als eene vloeistof, waarin een lichaam van 5 cM^3 volume 4,6 G aan gewicht verliest. Hoe verhouden zich de volumina van water en alcohol in dit mengsel?

Soort. gewicht van alcohol = 0,8.

Oplossing. Gewicht van het verplaatste mengsel $p_1 = 4,6 \text{ G}$.

Soortelijk gewicht van het mengsel $S_1 = \frac{p_1}{v_1} = \frac{4,6}{5} = 0,92$.

Stel, dat er in $v_1 \text{ cM}^3$ van het mengsel $v_2 \text{ cM}^3$ alcohol en $v_3 \text{ cM}^3$ water zijn, dan is $v_2 + v_3 = v_1 = 5$. (1)

Gewicht van $v_3 \text{ cM}^3$ water = $v_3 \text{ G}$.

" " $v_2 \text{ cM}^3$ alcohol = $v_2 \times 0,8 \text{ G}$.

Gewicht van $(v_2 + v_3) \text{ cM}^3$ mengsel = $(v_2 + v_3) \times 0,92 \text{ G}$.

Dus $v_2 \times 0,8 + v_3 = (v_2 + v_3) \times 0,92$. (2)

Uit (1) en (2) vindt men: $v_2 : v_3 = 2 : 3$.

144. Men wil een mengsel van water en alcohol maken, dat hetzelfde soortelijk gewicht bezit, als eene vloeistof, waarin een stuk ijzer van 15 G slechts 13,16 G weegt. Hoe verhouden zich de volumina van water en alcohol in dit mengsel?

Soort. gewicht van alcohol = 0,8.

145. Een stuk platina van 14,28 G hangt aan den éénen arm eener balans en is geheel in kwik gedompeld. Aan den anderen arm hangt een stuk glas van 10,44 G. Dit glas moet, in een mengsel van water en zwavelzuur gedompeld, evenwicht maken met het in kwik gedompelde platina. Hoe verhouden zich de volumina water en zwavelzuur in dit mengsel?

Soort. gewicht van platina = 21,42; van kwik = 13,59; van glas = 2,40; van zwavelzuur = 1,80.

146. Men mengt 3 KG eener vloeistof van het soortelijk gewicht 1,5 met 3 KG water. Een prismatisch (balkvormig) lichaam, lang 20 cM, breed 12 cM en hoog 10 cM legt men met een zijner grootste zijvlakken op het verkregen mengsel. Als het soortelijk gewicht van het lichaam 0,624 is, hoe diep zinkt het dan in?

Zijn er ook gegevens in het vraagstuk, die voor de oplossing niet noodig zijn?

147. Men mengt 3 L eener vloeistof van het soortelijk gewicht 1,5 met 3 L water. Een prismatisch (balkvormig) lichaam, lang 20 cM, breed 12 cM en hoog 10 cM legt men met een zijner grootste zijvlakken op het verkregen mengsel. Als het soortelijk gewicht van het lichaam 0,625 is, hoe diep zinkt het dan in?

Zie het vorige vraagstuk.

148. Een cilindervormig vat van 0,1 dM² doorsnede (buitenwerks gemeten) weegt 180 G. Het drijft rechtstandig in een mengsel van 3 L water en 3 L alcohol van het soortelijk gewicht 0,8. Hoe diep is het vat ingedompeld?

149. Een cilindervormig vat van $\frac{1}{3}$ dM² doorsnede (buitenwerks gemeten) en 0,12 KG gewicht is gedeeltelijk met 50 cM³ kwik gevuld. Het drijft in een mengsel van 3 KG water en 3 KG eener vloeistof van het soortelijk gewicht 1,5. Hoe diep is het vat ingedompeld?

Soort. gewicht van kwik = 13,6.

150. Men mengt 200 cM³ eener vloeistof van het soortelijk gewicht 1,25 met 250 cM³ eener vloeistof van het soortelijk gewicht 0,8. In dit mengsel ondervindt een vast lichaam, dat in zwavelzuur van het soortelijk gewicht 1,8 eene gewichtsvermindering van 178,2 G ondergaat, eenen opwaartschen druk van 100 G. Hoeveel percent bedraagt de samentrekking der gemengde vloeistoffen?

OPLOSSING. Gewicht van het mengsel $p_1 + p_2 = 200 \times 1,25 + 250 \times 0,8 = 450$ G.

Volume der vloeistoffen vóór de menging = $v_1 + v_2 = 200 + 250 = 450$ cM³.

Zonder samentrekking zou het soortelijk gewicht van het mengsel = 1 zijn.

$$\text{Volume van het verplaatste zwavelzuur } v_3 = \frac{p_3}{S_3} = \frac{178,2}{1,8} = 99 \text{ cM}^3.$$

Dit is ook het volume van het vaste lichaam en van het verplaatste mengsel.

$$\text{Soortelijk gewicht van het mengsel } S_4 = \frac{p_4}{v_4} = \frac{100}{99}.$$

$$\text{Volume van het mengsel } V = \frac{p_1 + p_2}{S_4} = \frac{450 \times 99}{100} = 445,5 \text{ cM}^3.$$

$$\text{Samentrekking } \frac{(v_1 + v_2) - V}{v_1 + v_2} = \frac{4,5}{450} = 1\%.$$

151. Een holle, met kwik bezwaarde bol weegt 48 G en heeft een uitwendig volume van 50 cM³. De bol zweeft in een vat, dat water en olie bevat. Hoeveel cM³ van het volume van den bol bevindt zich in het water en hoeveel in de olie? (Kahl).

Soort. gewicht van olie = 0,94.

OPLOSSING. Het volume van het verplaatste water (v_1 cM³) + dat der verdrongen olie (v_2 cM³) is gelijk aan het volume van den bol; dus

$$v_1 + v_2 = 50. \quad (1)$$

Verder is het gewicht van het verplaatste water ($v_1 \times 1$ G) + het gewicht der verdrongen olie gelijk aan het gewicht van den bol; dus

$$v_1 \times 1 + v_2 \times 0,94 = 48. \quad (2)$$

Uit (1) en (2) volgt $v_1 = 16\frac{2}{3}$ cM³; $v_2 = 31\frac{1}{3}$ cM³.

152. Een holle glazen bol heeft (buitenwerks gemeten) een volume van 50 cM³ en een gewicht van 21,3 G. Hoeveel cM³ kwik zou de ballon moeten bevatten, om in een glas, dat water en olie bevat, zoo diep in te zinken, dat hij zich voor de helft in water en voor de helft in olie bevindt.

Soort. gewicht van kwik = 13,6; van olie = 0,94.

153. Eene cilindervormige buis (areometer) van 21 cM lengte is zoo bezwaard, dat zij in terpentijnolie 20 cM inzinkt. Als men op de terpentijnolie nog zooveel alcohol giet, dat de buis geheel bedekt is, hoe diep bevindt zij zich dan nog in de terpentijnolie?

Soort. gewicht van terpentijnolie = 0,875; van alcohol = 0,800.

OPLOSSING. Men stelle de doorsnede der buis, die geen invloed heeft op het antwoord, = d cM².

Gewicht der buis = gewicht der verplaatste terpentijnolie $p = h \times d \times S = 20 \times d \times 0,875$ G.

Is na het opgieten van alcohol het deel der buis, dat zich in de terpentijnolie bevindt, l cM lang, dan bevinden zich $(21 - l)$ cM in alcohol:

Gewicht der verplaatste terpentijnolie $p_1 = l \times d \times 0,875$ G.

Gewicht van den verplaatsten alcohol $p_2 = (21 - l) \times d \times 0,800$ G.

Nu is $p = p_1 + p_2$; dus

$$20 \times d \times 0,875 = l \times d \times 0,875 + (21 - l) \times d \times 0,800$$

waaruit $l = 9\frac{1}{3}$ cM.

154. Een holle glazen cilinder, met kwik bezwaard, drijft rechtstandig in water. Het boven het water uitstekende gedeelte is 2 cM hoog. Op het water wordt eene laag olie gebracht. Hoe hoog moet deze laag zijn, opdat het bovenvlak van den cilinder met den oliespiegel samenvalle? (Breda).

Soort. gewicht van olie = 0,8.

155. Een lichaam van 2 KG gewicht en het soortelijk gewicht 2,5 bevindt zich geheel onder water gedompeld en zinkt, nadat het losgelaten wordt, 1 M diep, eer het den bodem bereikt. Hoe groot zou zijne eindsnelheid zijn, als men den weerstand van het water verwaarloost? — Los deze vraag op a) door gebruik te maken van de wetten der beweging b) door de wet van het behoud van arbeidsvermogen toe te passen (Verg. § 324c).

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

XI. Luchtdruk. Wet van Boyle. Manometers.

156. De doorsnede van een cilindervormig vat is binnenwerks 25 cM² en buitenwerks 30 cM²; zijne hoogte (binnenwerks) is 20 cM. Het glas is geheel met kwik gevuld, en de afgeslepen rand met eene ijzeren plaat van 500 G bedekt. Als men het glas omkeert, houdt de druk der lucht de plaat tegen het glas aangedrukt. Hoeveel gewichtstukken kan men nog aan de plaat hangen eer deze afvalt?

Barometerstand = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

Oplossing. Druk der lucht tegen de plaat naar boven $p = o \times h \times S = 30 \times 75 \times 13,6$ G (form. 84).

Druk van het kwik tegen de plaat naar beneden $p_1 = o_1 \times h_1 \times S = 25 \times 20 \times 13,6$ G (form. 80).

Is het aan te hangen gewicht x G, dan is

$$p = p_1 + 500 + x; \text{ waaruit } x.$$

157. Het gewicht van elk van twee Maagdeburgsche halve bollen is 1 KG. Hunne middellijn is 12 cM. Als men bij een barometerstand van 77 cM 100 KG aan den ondersten bol wil kunnen hangen eer deze er afvalt, tot hoever moet dan de spanning der lucht in den toestel verminderd worden? Men verwaarlooze de dikte van den wand der halve bollen.

Soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. Oppervlak waarop de luchtdruk vertikaal naar boven werkt $o = \pi r^2 = \pi \times 36 \text{ cM}^2$ (Verg. § 380).

Druk der lucht naar boven $p = o \times h \times S = \pi \times 36 \times 77 \times 13,6 \text{ G}$ (form. 84).

Is de spanning, die de lucht in den toestel moet hebben, = h_1 cM kwikdruk, dan is:

Druk der afgesloten lucht tegen den ondersten halven bol naar beneden $p_1 = o \times h_1 \times S = \pi \times 36 \times h_1 \times 13,6 \text{ G}$.

Men vindt nu h_1 gemakkelijk uit

$$p = p_1 + 1000 + 100 \text{ 000.}$$

158. Op den afgeslepen rand van een cilinderglas van 8 cM middellijn legt men eene luchtdicht sluitende plaat van 2 KG. De barometerstand is 75 cM. Men vermindert nu de spanning in den cilinder op 15 cM. Als men den cilinder omkeert, hoe veel kilogram kan men dan nog aan de plaat hangen, eer deze afvalt?

Soort. gewicht van kwik = 13,6.

159. Een kogel van 25 G wordt uit een geweerloop van 1,25 M lengte in horizontale richting voortgeschoten. Als men aannemen mag, dat de gasspanning, zoolang de kogel in den loop is, 500 atmosferen bedraagt, hoe veel beneden het mikpunt zal de kogel dan eene schijf treffen, die 200 M van den mond van den loop verwijderd is? Wrijving en weerstand der lucht worden verwaarloosd.

Doorsnede van den loop $1\frac{29}{31} \text{ cM}^2$; versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per sec.; druk van 1 atmosfeer op 1 cM^2 $1\frac{1}{30} \text{ KG}$.

160. Een kogel van 50 G doorloopt een geweer van 1,2 M lengte onder de constante werking der gasspanning in $\frac{1}{50}$ seconde.

- a) Hoe groot is de versnelling des kogels in den loop?
 b) Met welke snelheid verlaat de kogel den loop?
 c) Hoe groot is de kracht, die door de ontploffing van het buskruit op den kogel uitgeoefend wordt?
 d) Hoeveel atmosferen bedraagt de gasspanning in den loop?
 Soort. gewicht van kwik = 13,6; doorsnede van den loop = 1,5 cM².

161. In eene klok wordt boven eene vloeistof van het soortelijk gewicht 1,2 een gas opgevangen. Bij het einde der proef staat de vloeistof in de klok 15 cM hooger, dan in den bak daarbuiten, terwijl het afgelezen volume van het gas 2400 cM³ is. Welk is het normale volume van het gas?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; barometerstand = 75 cM.

162. In een diepen kwikbak heeft men eene gedeeltelijk met kwik en gedeeltelijk met lucht gevulde buis met de opening naar beneden geplaatst. De luchtkolom is 10 cM hoog, als het kwik binnen en buiten de buis even hoog staat. Hoever moet men de buis uittrekken, wil het kwik binnen de buis 25 cM hooger staan dan daarbuiten? *)

Barometerstand = 75 cM.

OPLOSSING. Zij de doorsnede der buis = o cM², dan vindt men de hoogte der luchtkolom H_1 na het uittrekken uit de wet van Boyle: $(10 \times o) \times 75 = (H_1 \times o) \times (75 - 25)$.

Hoogte der luchtkolom na het uittrekken $H_1 = 15$ cM.

De buis steekt dus uit $25 + 15 = 40$ cM;
 en is uitgetrokken $40 - 10 = 30$ cM.

163. Eene cilindrische van boven gesloten glazen buis, die gedeeltelijk met lucht is gevuld, staat vertikaal in een diepen kwikbak. De kwikspiegel in de buis staat 530 mM boven dien in den bak. De met lucht gevulde ruimte heeft eene hoogte van 200 mM. De buis wordt neergedrukt, totdat de hoogte der luchtkolom 150 mM bedraagt. De kwikspiegel in de buis staat dan 450 mM boven dien in den bak. Hoe groot is de dampkringsdruk? (Breda).

164. Een cilindervormige buis van 120 cM lengte wordt

*) Bij deze en de volgende vragen late men de verandering van den vloeistofspiegel in het wijdere vat buiten rekening.

1 M hoog met kwik gevuld, met den vinger afgesloten, en omgekeerd in kwik geplaatst. Nadat men de opening weer vrij gemaakt heeft, dompelt men de buis zoo diep in, dat ze nog 1 M hoog uitsteekt. Hoe hoog staat nu het kwik in de buis?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; barometerstand = 75 cM.

Oplossing. Zij de doorsnede der buis o cM², dan is:

Aanvankelijk volume der lucht $v = (120 - 100) \times o = 20 \times o$ cM³.

Aanvankelijke spanning „ „ = $P = 75$ cM kwikdruk.

Stel, dat het kwik in de buis x cM hoog blijft staan, dan is:

Volume der lucht $v_1 = (100 - x) \times o$ cM³.

Spanning der lucht $P_1 = (75 - x)$ cM kwikdruk.

Volgens de wet van Boyle is dus

$$20 \times o \times 75 = (100 - x) \times o \times (75 - x)$$

waaruit $x_1 = 87,5 + 40,7$ en $x_2 = 87,5 - 40,7$. Slechts de tweede waarde is bruikbaar, daar $x < 100$ is; dus $x = 46,8$ cM (ongeveer).

165. Eene barometerbuis steekt 80 cM boven het kwik in den bak uit. Men laat door het kwik 25 cM³ lucht van de spanning der dampkringslucht opstijgen. Hoe groot wordt de lengte der kolom, die deze lucht boven het kwik in de buis inneemt?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; doorsnede der buis = 1 cM²; barometerstand = 75 cM.

166. Een aan beide uiteinden opene buis van 60 cM lengte wordt in vertikalen stand 45 cM diep in zwavelzuur van het soortelijk gewicht 1,7 gedompeld, daarna boven met den vinger gesloten en zoover opgehaald tot zij 50 cM uitsteekt. Hoe hoog staat het zwavelzuur in de buis?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; barometerstand = 75 cM.

167. In eene barometerbuis, die 90 cM boven het kwik in den bak uitsteekt, is door het kwik eene luchtbel opgestegen. Bij vertikalen stand der buis is de hoogte der kwikkolom 75 cM. Laat men de buis hellen, dan vindt men met den kathetometer, dat het hoogteverschil der kwikspiegels 74,8 cM bedraagt, als de niet met kwik gevulde ruimte der buis nog eene lengte van 5 cM heeft.

a) Welke was de barometerstand bij deze proef?

b) Hoe groot is het normale volume der opgestegen luchtbel (bij 76 cM spanning)?

Doorsnede der buis = 0,25 cM².

168. In den bodem eener cilindervormige buis van 30 cM lengte bevindt zich eene nauwe opening. Men dompelt de buis in vertikalen stand 24 cM diep in zwavelzuur. Als de vloeistof binnen en buiten de buis even hoog staat, sluit men het boven-einde der buis met den vinger af en neemt ze uit de vloeistof. Hoeveel zwavelzuur zal uit de buis loopen?

Barometerstand = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6; van zwavelzuur = 1,7.

Inwendige doorsnede der buis = 2 cM².

OPLOSSING. Stel dat het uitgelopen zwavelzuur in de buis eene hoogte van x cM had, dan is na het uitloopen:

Hoogte der afgesloten lucht $H_1 = (6 + x)$ cM.

Volume " " " $V_1 = H_1 \times o = (6 + x) \times 2$ cM³.

Spanning " " " $P_1 = \frac{VP}{V_1} = \frac{(6 \times 2) \times 75}{(6 + x) \times 2}$ cM kwikdruk.

Hoogte der zwavelzuurkolom in de buis $h = (24 - x)$ cM.

Hoogte eener kwikkolom van denzelfden druk $h_1 = \frac{h \times S}{S_1} =$

$\frac{(24 - x) \times 1,7}{13,6}$ cM.

Nu maakt de druk der buitenlucht evenwicht met de spanning P_1 van de afgesloten lucht en de druk h_1 dezer kwikkolom; dus

$$75 = \frac{(6 \times 2) \times 75}{(6 + x) \times 2} + \frac{(24 - x) \times 1,7}{13,6}, \text{ waaruit } x \text{ kan worden opgelost.}$$

169. Eene tweemaal rechthoekig omgebogen buis is overal even wijd. Het eene been is gesloten en bevat eene luchtkolom boven zwavelzuur, dat in het gesloten been 4 cM hooger staat dan in het open been. Hoeveel moet de barometerstand, die 77 cM bedraagt, veranderen, wil het zwavelzuur in beide beenen even hoog komen te staan?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; van zwavelzuur = 1,7.

170. Een cilindervormig vat van 1 M hoogte is van boven gesloten en kan door een kraan, die zich dicht bij den bodem bevindt, in gemeenschap gesteld worden met een waterreservoir, waarvan het constant blijvende niveau zich 6,12 M boven den bodem des cilinders bevindt. Het vat is aanvankelijk gevuld met lucht van de spanning des dampkrings, 75 cM. Hoe

hoog zal het water in den cilinder stijgen, als de kraan geopend wordt?

Soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. Als het in den cilinder stroomende water eene hoogte van x cM bereikt, dan is de spanning der samengeperste lucht volgens de wet van Boyle

$$P_1 = \frac{P \times V}{V_1} = \frac{75 \times 100 \times o}{(100 - x) \times o} \text{ cM kwikdruk.}$$

Deze maakt evenwicht met $(612 - x)$ cM waterdruk = $\frac{612 - x}{13,6}$ cM kwikdruk en met den luchtdruk, die = 75 cM kwikdruk is. Dus:

$$\frac{75 \times 100}{100 - x} = \frac{612 - x}{13,6} + 75; \text{ waaruit } x \text{ kan worden opgelost.}$$

171. De ondereinden van twee vertikale, even wijde buizen zijn door eene lange caoutchoubuis verbonden. De eene is boven gesloten, de andere open. De gesloten buis bevat een luchtkolom van 10 cM lengte boven kwik, dat de caoutchoubuis geheel vult, en in de open buis 20 cM lager staat dan in de geslotene. Welke standen zal het kwik in beide buizen innen, a) als men de gesloten buis 50 cM omhoog trekt? b) als men de open buis 50 cM omhoog trekt?

Barometerstand = 75 cM.

OPLOSSING. a) Spanning der afgesloten lucht $P = (75 - 20)$ cM kwikdruk.

Stel dat de kwikspiegel ten opzichte der opgelichte gesloten buis x cM daalt, dan moet hij tegelijk in de opene (niet verplaatste) buis x cM gestegen zijn. Het hoogteverschil der kwikspiegels is dus geworden $(20 + 50 - 2x) = (70 - 2x)$ cM.

Spanning der verdunde lucht $P_1 = 75 - (70 - 2x)$ cM kwikdruk.

Volume " " " " $V_1 = (10 + x) \times o$ cM³.

Men heeft dus (wet van Boyle):

$$10 \times o \times (75 - 20) = (10 + x) \times o \times \{75 - (70 - 2x)\}.$$

b) Spanning der afgesloten lucht $P = (75 - 20)$ cM kwikdruk.

Stel dat door het ophalen der opene buis het kwik in de gesloten buis x cM gestegen is, dan is het in de opene buis x cM (ten opzichte der buis) gedaald. Het hoogteverschil der kwikspiegels is dus geworden $(50 - 20 - 2x) \text{ cM} = (30 - 2x) \text{ cM}$.

Spanning der samengeperste lucht $P_1 = 75 + (30 - 2x)$ cM kwikdruk.

Volume " " " " $V_1 = (10 - x) \times o$ cM³.

Men heeft dus (wet van Boyle):

$$10 \times o \times (75 - 20) = (10 - x) \times o \times \{75 + (30 - 2x)\}.$$

172. De ondereinden van twee vertikale, even wijde buizen zijn door eene lange caoutchoucuis verbonden. De ééne is van boven gesloten, de andere open. De gesloten buis bevat eene luchtkolom van 10 cM lengte boven kwik, dat de caoutchoucuis geheel vult, en in de opene buis 20 cM lager staat dan in de geslotene. Hoeveel moet men bij een barometerstand van 75 cM de opene buis omhoog brengen, om het kwik in beide buizen even hoog te doen staan?

173. Een cilindervormig vat van 1 dM² doorsnede is afgesloten door een nauwkeurig passenden, maar zonder wrijving beweegbaren zuiger van 2,72 KG gewicht. In het vat bevindt zich onder den zuiger eene luchtkolom van 10 dM hoogte.

a) Hoeveel KG moet men op den zuiger plaatsen, om hem $3\frac{1}{3}$ dM te doen dalen? (Breda).

b) Als men daarna de helft der gewichtstukken weer wegneemt, welken stand neemt dan de zuiger in?

Barometerstand = 73 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

174. Een cilindervormig vat van 1 dM² doorsnede is afgesloten door een nauwkeurig passenden, maar zonder wrijving beweegbaren zuiger van 2,72 KG gewicht. In het vat bevindt zich onder den zuiger eene luchtkolom van 10 dM hoogte.

a) Welke kracht zou men op den zuiger moeten laten werken, om hem 2,5 dM boven den vorigen stand in evenwicht te houden?

b) Hoeveel zou de zuiger door eene kracht van 17 KG omhoog getrokken worden?

Barometerstand = 73 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

175. In eene aan beide uiteinden opene buis van 2 cM² doorsnede bevindt zich een zuiger zonder gewicht, die luchtdicht sluit, maar zonder wrijving beweegbaar is. De buis staat met een harer uiteinden vertikaal in kwik, zoodat deze vloeistof binnen en buiten de buis even hoog staat. De zuiger bevindt zich 60 cM boven het kwik. Als nu de zuiger door eene kracht van 680 G omhoog getrokken wordt, welken stand zullen de zuiger en het kwik in de buis dan innemen?

Barometerstand = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. De kracht van 680 G zou evenwicht maken met den druk eener kwikkolom, wier hoogte h men vindt uit $680 = o \times h \times s = 2 \times h \times 13,6$ (form. 84), waaruit $h = 25$ cM.

Resulteerende drukking op het bovenvlak van den zuiger = $75 - 25 = 50$ cM kwikdruk.

Spanning der lucht onder den zuiger (bij evenwicht) = 50 cM kwikdruk.

De hoogte H_1 , die de luchtkolom dan bezit, vindt men uit de wet van Boyle: $2 \times 60 \times 75 = 2 \times H_1 \times 50$, waaruit $H_1 = 90$ cM.

Kwikhoogte in de buis = $75 - 50 = 25$ cM.

Hoogte van den zuiger boven het kwik in den bak = $90 + 25 = 115$ cM.

176. In een bak met kwik staat vertikaal eene glazen buis, die van onderen open is en aan het bovineinde in verbinding kan gesteld worden met een glazen bol. Bol en buis zijn door een kraan gescheiden. De buis is luchtledig en heeft eene doorsnede van 1 cM^2 . De vertikale afstand van het bovineinde der buis tot den kwikspiegel in den bak is 125 cM; de barometerstand is 75 cM. De bol heeft een inhoud van 200 cM^3 en is gevuld met lucht van de spanning des dampkrings. De kraan wordt geopend en het kwik binnen de buis daalt. Wat zal de hoogte van den kwikspiegel in de buis boven dien in den bak zijn? (Breda).

177. In een hevel-manometer met samengeperste lucht staat het kwik bij 76 cM barometerstand in beide beenen even hoog. De afgesloten luchtkolom is 100 cM lang.

a) Welken stand zal het kwik in het gesloten been innemen, als op het kwik in het open been gas van twee atmosferen spanning werkt? b) Welke zou de uitkomst zijn, als het kwik door een gelijk volume zwavelzuur vervangen werd?

Soort. gewicht van kwik = $13,6$; van zwavelzuur $1,8$.

178. In een hevel-manometer met samengeperste lucht bevindt zich kwik en daarboven in het gesloten been glycerine en lucht. Beide buizen zijn van beneden af in mM verdeeld. Bij een barometerstand van 750 mM staat het kwik in het open been tot de deelstreep 700 mM; in het geslotene tot 520 mM. De oppervlakte der glycerine staat bij 1200 mM; aan het bovineinde der gesloten buis staat de deelstreep 1800 . Als een samengeperst gas op het kwik in het open been drukt, stijgt de glycerine in het gesloten been tot deelstreep 1600 . Welke spanning bezit het gas?

Soort. gewicht van kwik 13.6; van glycerine 1,26.

179. Een gesloten hevel-manometer bevat in het gesloten been eene luchtkolom van 10 cM hoogte. Het kwik staat bij eenen barometerstand van 75 cM in beide buizen even hoog. Welke zal de stand der kwikzuil zijn, als de druk op het kwik in het open been teruggebracht wordt tot 50 cM?

180. Een hevel-manometer heeft aan het uiteinde van het eene (lange) been een kraan, zoodat hij als open en als gesloten manometer kan gebruikt worden. — Aanvankelijk staat het kwik in beide buizen even hoog. De hoogte der luchtkolom in het lange been is dan 50 cM. Sluit men nu de kraan en brengt men het korte been in verband met eene ruimte, waarin zich stoom bevindt, dan stijgt het kwik in het lange been 5 cM.

Opent men daarna de kraan aan het uiteinde van het lange been, dan stijgt het kwik nog 4,2 cM. Hoe groot is de barometerstand en hoe groot de spanning van den stoom?

OPLOSSING. [Stel den barometerstand = B , de spanning der afgesloten en samengeperste lucht = H_1 , dan is volgens de wet van Boyle:

$$50 \times o \times B = (50 - 5) \times o \times H_1.$$

Spanning van den stoom = spanning der samengeperste lucht + overdruk van het kwik $P = \left(\frac{50 \times B}{50 - 5} + 10 \right)$ cM kwikdruk. (1)

Na het openen der kraan maakt de spanning van den stoom evenwicht met den druk eener kwikkolom van $2 \times (5 + 4,2)$ cM en met den druk van den dampkring, dus met $\{ 2 \times (5 + 4,2) + B \}$ cM kwikdruk.

Men heeft dus $\frac{50 \times B}{50 - 5} + 10 = 2 \times 9,2 + B$,

waaruit $B = 75,6$ cM; en na substitutie dezer waarde in (1) vindt men voor de spanning van den stoom $P = 94$ cM kwikdruk.

181. Bij een barometerstand van 75 cM laat men stoom op het kwik in het eene (korte) been van eenen open hevelmanometer drukken en verkrijgt daardoor een verschil in kwikhoogte van 15 cM. Men sluit nu het lange been boven af, waardoor men daarin eene luchtkolom van 70 cM lengte overhoudt. Als men nu het korte been weer in verbinding met de buitenlucht brengt, hoeveel zal dan het kwik in het lange been dalen?

182. Een ballon van 200 cM³ inhoud wordt bij een barometerstand van 76 cM met lucht gevuld en gesloten. Bij een

barometerstand van 75 cM wordt hij in verbinding gebracht met de luchtledige ruimte van een bakbarometer. Het kwik daalt diensgevolge in de barometerbuis tot op 35 cM. Men vraagt hoe groot de luchtledige ruimte was, als de doorsnede der buis 2 cM² bedraagt? (Breda).

183. Om de wet van Boyle te bewijzen voor drukkingen, minder dan 1 atmosfeer, gebruikt men een diepen bak met kwik en eene glazen buis van 1175 mM lengte. Daartoe wordt deze buis tot op 80 mM na met kwik gevuld, met den vinger gesloten, omgekeerd in den bak met kwik geplaatst, de vinger weggenomen en de buis losgelaten. De buis zal dan tot op zekere diepte in het kwik zakken, en een deel van het kwik uit de buis loopen. Nu vraagt men, hoe diep de buis zal inzinken, en welke spanning de lucht in de buis dan heeft, als gegeven is :

inwendige doorsnede der buis = 0,8 cM² ;

doorsnede van den wand der buis = 0,38 cM² ;

gewicht der buis = 136 G ;

barometerstand = 765 mM ;

soort. gewicht van kwik = 13,6. (Eindexamen H. B. S.)

OPLOSSING. De opwaartsche druk, dien het glas in het kwik ondergaat, draagt het gewicht der glazen buis en — door tusschenkomst der verdunde lucht in de buis — het gewicht der kwikkolom in de buis boven den kwikspiegel in den bak.

Stel nu, dat de buis x cM diep in het kwik inzinkt, en dat het kwik in de buis y cM hooger staat dan in den bak, dan is:

De opwaartsche druk $p = x \times 0,38 \times 13,6$ G.

Het gewicht der opgeheven kwikkolom $p_1 = y \times 0,8 \times 13,6$ G.

Dus $x \times 0,8 \times 13,6 = 136 + y \times 0,8 \times 13,6.$ (1)

Voor de afgesloten lucht geldt de wet van Boyle

$8 \times 0,8 \times 76,5 = (117,5 - x - y) \times 0,8 \times (76,5 - y)$ (2)

Uit (1) en (2) vindt men $x = 80$ cM ; $y = 25,5$ cM.

Spanning der afgesloten lucht = $76,5 - 25,5 = 51$ c.M. kwikdruk.

Tot hetzelfde resultaat zou men komen, als men daarbij den druk der dampkringslucht op den bovenwand der buis en op den kwikspiegel in den bak, alsmede den druk der afgesloten lucht tegen den bovenwand der buis en tegen den kwikspiegel in de buis in aanmerking nam. Men ga dit na!

184. Eene open ijzeren buis van 80 cM lengte wordt in ver-

tikalen stand 66 cM diep in kwik gedompeld; daarna wordt haar bovineinde met eene luchtdicht sluitende plaat bedekt en de buis losgelaten. De buis rijst nu zoo veel, dat het kwik in de buis 5 cM hooger staat dan daarbuiten. Hoe groot is het gewicht der plaat?

Barometerstand = 75 cM;

inwendige doorsnede der buis = 1 cM²;

doorsnede van den wand der buis = 2 cM²;

soort gewicht van kwik = 13,6; van ijzer = 7,6.

185. Een glazen buis van 1 M lengte, waarvan de uitwendige doorsnede 2 cM² en de inwendige 1 cM² is, kan door eene kraan aan haar bovineinde gesloten worden. Men dompelt de buis, terwijl de kraan geopend is, 24 $\frac{4}{9}$ cM diep in een vat met zwavelzuur, sluit dan de kraan en laat de buis los, waarbij men er voor zorgt, dat zij rechtstandig inzinkt. Hoe ver zal de buis blijven uitsteken, en waar bevindt zich de oppervlakte van het zwavelzuur in de buis?

Gewicht der buis = 272 G; soort. gewicht van zwavelzuur = 1,7; van kwik = 13,6; barometerstand = 72 cM.

186. Een diep cilindrisch vat van 25 cM² doorsnede bevat zwavelzuur van het soortelijk gewicht 1,7. In het zwavelzuur staat eene verticale, aan beide uiteinden opene buis van 2 cM² inwendige en 3 cM² uitwendige doorsnede, waarin zich 20 cM boven den vloeistofspiegel in het vat een luchtdicht sluitende, maar zonder wrijving beweegbare zuiger van 136 G bevindt. Onder den zuiger is lucht.

a) Hoe hoog moet men den zuiger optrekken, wil de vloeistof in vat en buis even hoog komen te staan? b) Met welke kracht moet men den zuiger omhoog trekken, om de vloeistof binnen de buis 40 cM hooger te doen staan dan in het vat?

Soort. gewicht van kwik = 13,6; barometerstand = 75 cM.

OPLOSSING. a) Denkt men zich het gewicht van den zuiger vervangen door den druk eener kwikkolom van h cM hoogte, dan is $136 = \rho \times h \times S = 2 \times h \times 13,6$; waaruit $h = 5$ cM.

Spanning der afgesloten lucht = $75 + 5 = 80$ cM kwikdruk.

De 5 cM overdruk maken evenwicht met eene zwavelzuurkolom van

$$h_1 = \frac{5 \times 13,6}{1,7} = 40 \text{ cM (form. 82).}$$

De vloeistof staat dus aanvankelijk in de buis 40 cM lager dan in het vat.

Aanvankelijke hoogte der afgesloten luchtkolom $h_3 = 40 + 20 = 60$ cM.

Bij gelijken stand der vloeistofspiegels is de spanning der lucht 75 cM.

De hoogte h_4 , die de luchtkolom dan moet hebben, volgt uit de wet van Boyle $h_4 = \frac{80 \times 60}{75} = 64$ cM.

De zuiger staat dus nu 64 cM boven den vloeistofspiegel in het vat.

Is de vloeistof in de buis h_5 c.M. gerezen, dan is zij in het vat $\frac{2}{25 - 3} \times h_5$ cM gedaald.

Dus is $h_5 + \frac{2}{22} h_5 = 40$; waaruit $h_5 = 36\frac{2}{3}$ cM.

Nu is: vermeerdering van de hoogte der luchtkolom $= h_4 - h_3 = 4$ cM.

„ „ den vloeistofspiegel in de buis $h_5 = 36\frac{2}{3}$ cM.

De zuiger staat dus $4 + 36\frac{2}{3} = 40\frac{2}{3}$ cM hooger dan oorspronkelijk.

b) Spanning der verdunde lucht in de buis $= 75 - \frac{40 \times 1,7}{13,6} =$

70 cM kwikdruk.

Druk van den dampkring op den zuiger $= 75 \times 2 \times 13,6$ G.

Gewicht van den zuiger $= 136$ G.

Totale druk op de afgesloten lucht $= (75 \times 2 \times 13,6 + 136)$ G.

Tegen den onderkant van den zuiger drukt de afgesloten lucht met $70 \times 2 \times 13,6$ G.

De kracht k , die op den zuiger vertikaal naar boven moet uitgeoefend worden, vindt men uit

$$75 \times 2 \times 13,6 + 136 = 70 \times 2 \times 13,6 + k;$$

waaruit $k = 272$ G.

187. Men heeft een cilindrisch glas met kwikzilver. De doorsnede van dat glas is 20 cM². Er staat eene van boven gesloten glazen cilindrische buis in, zoodat het kwik binnen en buiten even hoog staat. De luchtkolom in de buis is 20 cM en het ondergedompelde deel is 30 cM lang. De doorsnede van de buis is uitwendig 3 cM² en inwendig 2 cM². Zij weegt 125 G.

a) Hoe ver moet de buis ten opzichte van het glas omhoog getrokken worden om te maken, dat de luchtkolom 25 cM lang wordt? b) Hoe groot is de kracht, die noodig is, om de

buis in dien nieuwen stand te houden? (Eindexamen H. B. S.)

Barometerhoogte = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. a) Spanning der verdunde lucht $p_1 = \frac{p \times v}{v_1} = \frac{20 \times 75}{25} =$

60 cM kwikdruk.

Hoogteverschil der kwikspiegels in buis en glas = 75 - 60 = 15 cM.

Ten opzichte van den (lager geworden) kwikspiegel in het glas is de buis dus omhoog getrokken $\{(25 - 20) + 15\} = 20$ cM.

Het volume, dat nu minder ondergedompeld is, dan aanvankelijk, is dus = $20 \times (3 - 2)$ cM³ glas + 15×2 cM³ kwik; totaal 50 cM³.

Daling van het kwik in het glas = $\frac{50}{20} = 2,5$ cM.

Ten opzichte van het glas is de buis dus uitgetrokken $20 - 2,5 = 17,5$ cM.

b) In den nieuwen stand maakt het gewicht der geheele buis p_1 + het gewicht van het opgetrokken kwik p_2 evenwicht met den opwaartschen druk p_3 , dien de buis in kwik ondergaat + de kracht p_4 , die noodig is, om de buis in dien stand te houden. Nu is

Gewicht van het opgetrokken kwik $p_2 = 15 \times 2 \times 13,6$ G.

Lengte van het ondergedompelde deel der buis = $(30 + 20) - (20 + 20) = 10$ cM.

Volume van het ondergedompelde deel der buis = $10 \times (3 - 2) = 10$ cM³.

Opwaartsche druk $p_3 = 10 \times 13,6 = 136$ G.

Men heeft dus

$$125 + 15 \times 2 \times 13,6 = 10 \times 13,6 + p_4$$

waaruit $p_4 = 397$ G.

188. De doorsneden van twee communiqueerende vaten zijn 50 cM² en 12,5 cM². In beide vaten staat vloeistof van het soortelijk gewicht 1,7 even hoog. In het wijdere vat bevindt zich boven de vloeistof lucht afgesloten door een beweeglijken, maar luchtdicht sluitenden zuiger van 3,4 KG, dien men vastgezet heeft. Het nauwere vat is open. Als men den zuiger loslaat, hoeveel zal dan de vloeistof in het wijdere vat dalen? Welke zou de uitkomst zijn, als men de lucht onder den zuiger geheel wegnam? (Verg. vraag 101).

Barometerstand = 75 cM.

189. Eene barometerbuis van 1 cM² inwendige doorsnede steekt 90 cM boven het kwik in een wijden bak uit. Het kwik

staat in de buis 60 cM hoog; daarboven bevindt zich lucht. Men laat eene hoeveelheid dampkringslucht in de buis opstijgen, waardoor het kwik in de buis 10 cM daalt. Hoeveel bedroeg het volume der bijgevoegde lucht?

Barometerstand = 75 cM.

OPLOSSING. Volume der aanvankelijk in de buis voorhanden lucht

$$v_1 = (90 - 60) \times 1 \text{ cM}^3.$$

Spanning der aanvankelijk in de buis voorhanden lucht $p_1 = (75 - 60)$ cM kwikdruk.

Volume der beide hoeveelheden lucht na de opstijging van v_2 cM³ dampkringslucht van 75 cM spanning $v = (90 - 50) \times 1$ cM³.

Spanning van dit mengsel $p = (75 - 50)$ cM kwikdruk.

Nu is (form. 87) $p v = p_1 v_1 + p_2 v_2$; dus

$$(75 - 50) \times (90 - 50) \times 1 = (75 - 60) \times (90 - 60) \times 1 + 75 \times v_2$$

waaruit $v_2 = 7\frac{1}{3}$ cM³.

190. Men heeft eene U-vormige buis met gelijke armen, die vertikaal zijn geplaatst. De buis is overal even wijd en heeft eene doorsnede van 1 cM². Zij wordt voor een gedeelte met kwik gevuld. Daarna sluit men den eenen arm van boven, waardoor in dien arm eene luchtkolom is afgesloten, lang 40 cM. Den anderen arm brengt men in gemeenschap met eene met lucht gevulde ruimte, groot 256 cM³, ten gevolge waarvan het kwik in dien arm 4 cM daalt. Hoe groot moet, om die daling teweeg te brengen, de druk der lucht in bovengenoemde ruimte geweest zijn? (Breda).

Barometerstand = 756 mM.

191. Van twee communiqueerende vaten heeft het eene 70 cM² doorsnede en 12 cM hoogte, het andere 6 cM² doorsnede en 75 cM hoogte. Beide vaten bevatten kwik tot op eene hoogte van 5 cM. Men sluit beide vaten boven luchtdicht. Hoeveel cM³ lucht van $\frac{2}{3}$ atmosfeer spanning moet men bij de lucht in het wijdste vat persen, wil de lucht in het andere vat eene spanning van twee atmosferen verkrijgen?

Barometerstand = 76 cM.

192. Eene barometerbuis, die eene inwendige doorsnede van 2 cM² heeft, steekt ter hoogte van 80 cM boven het kwikoppervlak in den bak uit. In de buis is lucht, zoodat het kwikoppervlak daarin 40 cM boven het kwikoppervlak in den bak

staat. — Het bovendeel der buis wordt nu in verbinding gebracht met een ballon, die een inhoud heeft van 100 cM^3 en gevuld is met lucht van 75 cM spanning. — De barometerstand is 76 cM . Hoe hoog staat daarna het kwik in de buis?

De niveauverandering in den bak blijft buiten beschouwing. (Alkmaar).

193. De beide beenen van een hevel-manometer zijn 1 M lang en hebben eene doorsnede van 1 cM^2 . Zij zijn tot op de helft gevuld met zwavelzuur van het soortelijk gewicht $1,7$. Het bovineinde van het eene been wordt in verbinding gesteld met een ballon van $0,5 \text{ L}$ inhoud, die met gas gevuld is; het andere been blijft open.

a) Hoe groot was de spanning van het gas, als de vloeistof in de met den bol verbonden manometerbuis 40 cM daalt?

b) en hoe groot, als zij 40 cM rijst?

c) Hoe groot zou de spanning van het gas geweest zijn, als men dezelfde getallen voor daling en rijzing verkregen had, als men het niet met den bol verbonden been van boven had gesloten?

Barometerstand = 75 cM ; soort. gewicht van kwik = $13,6$.

194. Een vertikale cilindrische buis van 2 cM^2 doorsnede is beneden open en boven afgesloten door eene kraan, waardoor zij in gemeenschap kan gesteld worden met een zich daarboven bevindend cilindrisch vat van 24 cM^2 doorsnede.

Aanvankelijk is de kraan gesloten; de buis steekt 1 M boven het kwik in een wijden bak uit en bevat eene kwikkolom van 60 cM hoogte en daarboven lucht.

In het vat is een luchtdicht sluitende zuiger (zonder gewicht) op 4 cM afstand van den bodem van het vat; daaronder is lucht van de spanning des dampkrings.

Men stelt nu buis en vat in gemeenschap, terwijl men den zuiger op 5 cM boven den bodem van het vat brengt. Hoe hoog zal nu het kwik in de buis gaan staan?

Het volume van het verbindingskanaal wordt verwaarloosd.

Barometerstand = 75 cM .

195. Een toestel ingericht als eene gewone pomp (cilinder met buis) heeft een cilinder van 24 cM^2 doorsnede en eene buis van 2 cM^2 doorsnede. De zuiger, die in den cilinder

luchtdicht sluit, maar zonder wrijving beweegbaar is, weegt 163,2 G. De lengte der buis boven het kwik, waarin haar ondereinde zich bevindt, is 99,5 cM.

Aanvankelijk staat het kwik 59,5 cM hoog in de buis; deze is van den cilinder afgesloten. De zuiger staat in den met lucht gevulden cilinder 4 cM hoog. Als men nu de verbinding van buis en cilinder herstelt en den zuiger door eene kracht van 8,16 KG naar boven trekt, welke standen zullen dan a) het kwik en b) de zuiger aannemen?

Barometerstand = 74,5 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. a) Men denke zich het gewicht van den zuiger vervangen door den druk eener kwikkolom van h cM hoogte. Uit $163,2 = \sigma \times h \times S = 24 \times h \times 13,6$ volgt $h = 0,5$ cM.

Evenzoo komt de, op den zuiger, naar boven werkende kracht van 8160 G overeen met den druk eener kwikkolom, hoog h_1 cM. Uit $8160 = 24 \times h_1 \times 13,6$ volgt $h_1 = 25$ cM.

De spanning der lucht in buis en cilinder wordt dus $74,5 + 0,5 - 25 = 50$ cM.

Kwikhoogte in de buis = $74,5 - 50 = 24,5$ cM.

b) Men kan nu het volume v der vereenigde hoeveelheden lucht vinden uit $p v = p_1 v_1 + p_2 v_2$, waarin

$$p_1 = (74,5 - 59,5) \text{ cM kwikdruk.}$$

$$v_1 = (99,5 - 59,5) \times 2 \text{ cM}^3.$$

$$p_2 = (74,5 + 0,5) \text{ cM kwikdruk.}$$

$$v_2 = 24 \times 4 \text{ cM}^3.$$

$$p = 50 \text{ cM kwikdruk.}$$

Na substitutie vindt men $v = 168 \text{ cM}^3$.

Hiervan zijn in de buis $(99,5 - 24,5) \times 2 = 150 \text{ cM}^3$, dus in den cilinder $168 - 150 = 18 \text{ cM}^3$. In den cilinder staat dus de zuiger $\frac{18}{24}$ cM of $\frac{3}{4}$ cM hoog. De zuiger is dus gedaald $4 - \frac{3}{4} = 3\frac{1}{4}$ cM.

196. In twee communiqueerende vaten, waarvan het ééne eene doorsnede van 50 cM^2 , het andere van 10 cM^2 heeft, bevinden zich luchtdicht sluitende, maar zonder wrijving beweegbare zuigers. De grootste zuiger is een cilinder van geelkoper (soort. gew. = 8,16); hij is 1 cM hoog en nog bezwaard met een gewicht van 952 G; de kleinste weegt 68 G.

Aanvankelijk is de kleine zuiger vastgezet, de groote vrij, terwijl zich onder beide zuigers en in de verbindingsbuis lucht

bevindt. Het nauwere vat, dat boven den zuiger nog 10 cM hoog is, wordt nu door een deksel luchtdicht gesloten, en de ruimte onder het deksel in verbinding gebracht met een bol van 150 cM^3 inhoud, die gevuld is met verdunde lucht. Laat men nu den kleinen zuiger vrij, dan daalt de groote 1 cM. Hoe groot is de aanvankelijke spanning der lucht in den bol geweest?

Barometerstand = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

XII. Luchtpomp, perspomp, voluminometer.

197. De ruimte, ingesloten door twee Maagdeburger halve bollen is gevuld met lucht van eene drukking gelijk aan die der buitenlucht, namelijk 80 cM kwikdruk. Deze ruimte wordt door het openen eener kraan in gemeenschap gebracht met eene volkomen luchtledige ruimte, welker inhoud gelijk is aan het drievoud van eerstgenoemde ruimte. De kraan wordt daarna gesloten, en nadat de laatstbedoelde ruimte wederom volkomen luchtledig is gemaakt, opnieuw geopend, zoodat de beide ruimten opnieuw met elkaar in verbinding worden gebracht. Wordt nu de toestel, nadat deze gemeenschap is opgeheven, opgehangen aan een ring, welke zich aan een der halve bollen bevindt, hoe groot is dan het gewicht, dat men aan den anderen halven bol moet hangen, om ze van elkaar te rukken, indien het gewicht van laatstgenoemden halven bol 1649,52 G draagt? (Breda).

Straal van het buitenoppervlak der halve bollen = 6 cM, die van het binnenoppervlak = 5 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6; $\pi = 3,14$.

Verg. oplossing van vraagstuk 143.

198. Een gesloten hevel-manometer bevat in het gesloten been eene luchtkolom van 24 cM lengte, als het kwik bij 75 cM barometerstand in beide beenen even hoog staat. Men brengt nu het open been in verbinding met den ontvanger eener luchtpomp, waarvan de pompbuis 0,5 L en de ontvanger 2 L inhoud heeft. Welken stand heeft het kwik in den manometer, nadat men 2 slagen met de pomp gedaan heeft?

Het volume der lucht in het open been wordt verwaarloosd.

199. Een gesloten hevel-manometer bevat in het gesloten been eene luchtkolom van 30 cM lengte, als het kwik bij 75 cM barometerstand in beide beenen even hoog staat. Men brengt nu het open been in verbinding met den ontvanger eener luchtperspomp, waarvan de pompbuis 0,5 L en de ontvanger 5 L inhoud heeft. Hoe hoog zal het kwik in het gesloten been staan na 10 pompslagen?

Het volume der lucht in het open been van den manometer wordt verwaarloosd.

200. Een gesloten bakmanometer bevat kwik, dat in den bak en de buis even hoog staat. De lengte der afgesloten lucht in de buis is 2 M. De toestel staat in verbinding met eene luchtperspomp, waarvan de ontvanger een inhoud heeft van 2 L en de pompbuis van 0,5 L. Na hoeveel pompslagen zal de lucht in de manometerbuis tot op $\frac{1}{4}$ van haar oorspronkelijk volume zijn samengeperst?

Het volume der lucht in den bak van den manometer wordt verwaarloosd.

Barometerstand = 75 cM.

201. Eene luchtperspomp staat in verbinding met een ontvanger, die boven afgesloten is door eene naar boven en buiten opengaande klep van 25 cM² oppervlakte en 580 G gewicht. Op die klep is een gewicht van 12 KG geplaatst. Hoeveel pompslagen moet men doen, voordat de lucht in den ontvanger de klep zal kunnen oplichten?

Inhoud van den ontvanger = 8 L, van de pompbuis = 0,25 L; barometerstand = 74 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. Druk van klep en gewicht $p = 12580$ G.

Als men zich dezen druk verkregen denkt door eene kwikkolom van h cM. hoogte, dan vindt men h uit

$$p = 12580 = \rho \times h \times S = 25 \times h \times 13,6; h = 37 \text{ cM.}$$

De spanning der samengeperste lucht in den ontvanger moet even wicht maken met den druk van klep en gewicht en met den luchtdruk.

De vereischte spanning is dus $= 37 + 74 = 111$ cM kwikdruk.

Men vindt nu het aantal pompslagen uit de formule (92) voor de perspomp

$$111 \times 8 = 74 \times (8 + n \times 0,25); \text{ waaruit } n = 16.$$

202. Eene luchtperspomp heeft een ontvanger van 2 L en

eene pompbuis van 0,5 L inhoud. In den wand van den ontvanger is eene opening van 1 cm^2 , die door eene naar buiten opengaande klep afgesloten wordt. De klep wordt door eene veer met eene kracht van 1,0336 KG van buiten naar binnen gedrukt. Hoeveel pompslagen moet men doen, voordat de samengeperste lucht in den ontvanger de klep kan opendrukken?

Het gewicht der klep wordt verwaarloosd.

Barometerstand = 76 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

203. In een vertikaal cilindrisch vat van 2 dM^2 doorsnede is onder een luchtdicht sluitenden, maar zonder wrijving beweegbaren zuiger lucht afgesloten. De zuiger heeft een gewicht van 13,36 KG en is belast met 90 KG. Hij bevindt zich 3 dM boven den bodem van het vat. De ruimte onder den zuiger wordt als ontvanger in verbinding gesteld met eene luchtperspomp van 1 L inhoud.

a) Welken stand zal de zuiger hebben, nadat men 10 slagen met de persomp gedaan heeft?

b) Welken druk zou men daarna op den zuiger moeten uitoefenen, om hem, nadat hij weer in den eersten stand teruggebracht is, daarin te houden?

Barometerstand = 76 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. a) Druk van zuiger en gewicht $p = 13,36 + 90 = 103,36 \text{ KG}$.

Brengt men dezen druk over in dM kwikdruk, dan is:

$$103,36 = \rho \times h \times S = 2 \times h \times 13,6; h = 3,8 \text{ dM kwikdruk} = 0,5 \text{ atmosfeer.}$$

Aanvankelijke spanning der lucht in het vat = 1,5 atm.

Hierbij worden geperst 10 L. lucht van 1 atm. $= \frac{10 \times 1}{1,5} = 6\frac{2}{3} \text{ L}$
van 1,5 atm.

De zuiger zal dus rijzen $\frac{6\frac{2}{3}}{2} = 3\frac{1}{3} \text{ dM}$.

b) Er worden samengeperst $(6 + 6\frac{2}{3}) \text{ L}$ lucht van 1,5 atm. tot 6 L.

Spanning der lucht na samenpersing $P = \frac{1,5 \times 12\frac{2}{3}}{6} = 3\frac{1}{6} \text{ atm}$.

Vermeerdering der spanning $3\frac{1}{6} - 1\frac{1}{2} = 1\frac{2}{3} \text{ atm}$.

Druk van $1\frac{2}{3} \text{ atm}$. op 2 dM^2 oppervlak = $1\frac{2}{3} \times 2 \times 103,36 \text{ KG}$.

Dit is dus ook de gevraagde druk.

204. In een vertikaal cilindrisch vat van 1 dM^2 doorsnede is onder een luchtdicht sluitenden, maar zonder wrijving beweeg-

baren zuiger lucht afgesloten. De zuiger heeft een gewicht van 3 KG en is belast met 48 KG. Hij bevindt zich 5 dM boven den bodem van het vat. De ruimte onder den zuiger wordt als ontvanger in verbinding gesteld met eene luchtledige ruimte van 1 dM³. Met hoeveel moet het gewicht op den zuiger verminderd worden, om den zuiger in zijn eersten stand te houden?

Barometerstand = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

205. Door eene zuig- en perspomp, waarvan de cilinder een inhoud heeft van 2 L, wordt lucht gepompt uit een vat A, waarvan de inhoud 30 L is, en geperst in een vat B, dat 10 L inhoud heeft. Men vraagt, hoe groot de spanning der lucht zal zijn in elk der vaten A en B na twee zuigerslagen, wanneer de spanning in die beide vaten vóór het begin van de werking der pomp 760 mM was? (Breda).

206. De grens van luchtverdunning, die men met een gewone luchtpomp met ééne pompbuis bij een barometerstand van 76 cM kan bereiken, is 7,6 mM. De inhoud der pompbuis onder den zuiger, als deze zoo ver mogelijk opgehaald is, bedraagt 200 cM³. Als bij een barometerstand van 77 cM op de afgeslepen plaat der luchtpomp als ontvanger een vat van 1950 cM³ inhoud geplaatst wordt, dan is de spanning in de luchtpomp na 1 slag 70,07 cM geworden. Hoe groot zou bij een barometerstand van 75 cM de spanning na 1 pompslag zijn, als men de opening in de plaat der pomp luchtdicht gesloten had, zoo dat alleen de lucht in het verbindingskanaal verdund was geworden?

207. Een trechtvormig vat eindigt in eene lange buis, die in cM³ verdeeld is. De toestel wordt zoo in een diepen bak met zwavelzuur geplaatst, dat alleen de buis geheel ingedompeld is. Daarna wordt de trechter met eene luchtdicht sluitende plaat bedekt. Haalt men nu den toestel omhoog, dan blijkt, dat het volume der afgesloten lucht met 8 cM³ is toegenomen, als het zwavelzuur in de buis 1 M hooger staat dan daarbuiten.

Men herhaalt dezelfde proef, nadat men in de trechtvormige ruimte een stuk kurk van 2,4 G gebracht heeft en de plaat er weer opgelegd heeft. Als bij het omhoog halen van den toestel het zwavelzuur in de buis weder 1 M hooger staat dan in den bak, bedraagt de vermeerdering van het volume der lucht 6 cM³. Gevraagd het soortelijk gewicht van kurk.

Barometerstand = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6, van zwavelzuur = 1,7.

208. Een trechtervormig vat eindigt in eene lange buis van 1 cM² doorsnede. Het ondereinde der buis is in eene vloeistof van het soortelijk gewicht 1,36, die zich in een diepen bak bevindt, zoo ver ingedompeld, dat de buis (behalve het vat) 1 M uitsteekt. Bedekt men nu den trechter met eene luchtdicht sluitende plaat, en dompelt men den toestel zoo diep in de vloeistof, dat alleen de trechter uitsteekt, dan beslaat de lucht in de buis nog eene lengte van 80 cM.

Men herhaalt deze proef, nadat men de vloeistof door kwik vervangen en in de trechtervormige ruimte een vast lichaam van 20 cM³ inhoud gebracht heeft. Hoe lang zal nu de luchtkolom zijn, die na indompeling der geheele buis daarin overblijft?

Barometerstand = 72 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

13. Waterpompen. Uitstrooming van vloeistoffen.

209. De hartklep eener zuigpomp ligt 8,16 M boven den waterspiegel in den vergaarbak. Als nu blijkt, dat men door pompen geen water meer kan krijgen, zoodra de barometerstand gedaald is tot 72 cM, hoe groot is dan de inhoud der schadelijke ruimte?

Inhoud der pompbuis = 2,4 L; soort. gewicht van kwik = 13,6.

210. De pompbuis eener zuigpomp heeft eene doorsnede van 1 dM²; de zuigerslaglengte is 2 dM. De uitstroomingsopening ligt 6,5 M boven den waterspiegel in den put. Hoe groot is de kracht, die bij het pompen vertikaal naar boven op den zuiger moet werken?

211. De zuiger eener dubbelwerkende waterperspomp (verg. fig. 104) heeft eene oppervlakte van 10 dM², de zuigerslaglengte is 7,5 dM. De zuiger moet in twee seconden op- en neer gaan. Het water moet 30 M hoog opgevoerd worden.

a) Hoeveel paardekrachten zijn voor het pompen noodig?

b) Met welke kracht moet de zuiger bewogen worden?

Men verwaarlooze alle weerstanden.

212. Een vat is ter hoogte van 3 dM met water gevuld.

Op het water drukt een zonder wrijving beweegbare zuiger van 3 KG. De doorsnede van vat en zuiger is 2 dM².

a) Hoe groot is de snelheid, waarmede het water uit eene opening in den bodem van het vat uitstroomt?

b) Hoe hoog zou eene alcoholkolom (soort. gewicht 0,9) onder den zuiger moeten zijn, om met dezelfde snelheid uit te stroomen als het water?

c) Met welke kracht zou men op den zuiger moeten drukken, om aan het water eene uitstrooingsnelheid van 500 kines te geven?

Men stelle de versnelling der zwaartekracht = 1000 kines per seconde.

OPLOSSING. a) Hoogte der waterkolom, die door haar gewicht dat van den zuiger kan vervangen, $h_2 = \frac{P}{o \times S} = \frac{3}{2 \times 1} = 1,5$ dM.

Hoogte der waterkolom, tengevolge waarvan de uitstrooing geschiedt, $h = h_1 + h_2 = (3 + 1,5)$ dM = 45 cM.

Uitstrooingsnelheid $c = \sqrt{2g h} = \sqrt{2 \times 1000 \times 45} = 300$ kines.

b) Hoogte der alcoholkolom, die dezelfde uitstrooingsnelheid tengevolge kan hebben, $h' = \frac{c^2}{2g} = \frac{300^2}{2 \times 1000} = 45$ cM; ($h' = h$; wet van Torricelli).

Hiervan is door den zuiger eene alcoholkolom vervangen, wier hoogte is

$$h'_2 = \frac{P}{o \times S'} = \frac{3}{2 \times 0,9} = 1\frac{2}{3} \text{ dM.}$$

Hoogte van de alcoholkolom $h'_1 = h' - h'_2 = (45 - 16\frac{2}{3})$ cM.

c) Hoogte der waterkolom, waardoor eene uitstrooingsnelheid van 500 kines zou verkregen worden $h'' = \frac{c^2}{2g} = \frac{500^2}{2 \times 1000} = 125$ cM.

De druk, die nog op den zuiger moet uitgeoefend worden, is dus gelijk aan het gewicht eener waterkolom, wier hoogte $H = (125 - 45) = 80$ cM bedraagt. Dus is het gewicht $P' = o \times H \times S = 2 \times 8 \times 1 = 16$ KG.

213. In een vat staat de waterspiegel 0,4 M boven eene opening, waaruit een waterstraal in horizontale richting springt. De opening bevindt zich eveneens 0,4 M boven een horizontaal vlak.

a) In welken tijd en b) op welken horizontalen afstand van de opening bereikt de straal het vlak? c) Welken horizontalen

afstand zou de straal bereiken, indien op de oppervlakte van het water in het vat nog een zuiger met eene kracht van 90 KG drukte?

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

Doorsnede van het vat = 2 dM².

214. Een vat van 2 dM² doorsnede is tot op eene hoogte van 2 dM met zwavelzuur gevuld. Op het zwavelzuur drukt een zuiger van 5 KG, die belast is met 13 KG. Hoe groot is de aanvankelijke uitstroomingssnelheid van het zwavelzuur?

Soort. gewicht van zwavelzuur = 1,8.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

215. In een vat staat water 40 cM hoog boven eene opening, waaruit het in horizontale richting stroomt. De opening ligt eveneens 40 cM boven de tafel, waarop het vat staat. Hoe zwaar moet een op het water drukkende zuiger zijn, om den uittredenden straal een punt der tafel te doen bereiken, dat 14 dM verwijderd is van de vertikaal door de opening?

Doorsnede van het vat = 2 dM².

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

216. Eene luchtpersomp, waarvan de pompbuis een inhoud van 1,25 L heeft, staat in verbinding met een gesloten vat van 5 dM hoogte en 10 dM² doorsnede. Het vat is voor de helft gevuld met water; daarboven bevindt zich lucht, waarvan de spanning gelijk is aan den druk des dampkrings. Men doet 20 slagen met de persomp en opent daarna aan den bodem van het vat eene kraan, waaruit het water vertikaal omhoog kan springen. Welke hoogte zal de straal bereiken? Men verwaarlooze alle weerstanden.

Barometerstand = 75 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6.

OPLOSSING. Volume der lucht, aanvankelijk in het vat aanwezig: $V = 2,5 \times 10 = 25 \text{ dM}^3$.

Door het pompen wordt hierbij gevoegd $v \times v = 20 \times 1,25 = 25 \text{ dM}^3$.

Spanning der samengeperste lucht $H' = \frac{V + n v}{V} \times H = \frac{25 + 25}{25} \times 75 =$

$2 \times 75 \text{ cM}$ kwikhoogte.

Overdruk aan den bodem $H'' = 1 \times 75 \times 13,6 + 25 = 1045 \text{ cM}$ waterhoogte.

Dit is ook de (theoretische) hoogte van den straal.

217. De cilindervormige luchtketel eener brandspuit heeft eene hoogte van 5 dM en eene doorsnede van 10 dM²; elk der beide pompbuizen heeft een inhoud van 2,5 dM³. Men doet 6 dubbele slagen, waarna men het water onder een hoek van 30° met den horizon uit eene opening aan den bodem van den windketel laat stroomen.

a) Welke hoogte zal de straal bereiken? b) Waar zal hij het horizontale vlak door de opening weer bereiken? Men verwaarlooze alle weerstanden.

Barometerstand = 76 cM; soort. gewicht van kwik = 13,6; versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

218. De mond der uitstrotingspijp van een spuitfleschje ligt 14,4 cM hooger dan de waterspiegel in het fleschje. Welke spanning moet de lucht in het fleschje hebben, om het water met eene snelheid van 280 kines uit de opening te doen spuiten?

Barometerstand = 76 cM; versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.; soort. gewicht van kwik = 13,6.

219. In een gesloten vat bevindt zich zwavelzuur ter hoogte van 1 M. De lucht boven het zwavelzuur heeft een inhoud van 5 L en de spanning der buitenlucht. Men schroeft in het deksel van het vat de pompbuis eener luchtpomp, wier inhoud 0,5 L is, en doet één slag, om de afgesloten lucht te verdunnen. Daarna maakt men in den bodem van het vat eene opening vrij. Met welke snelheid zal de vloeistof uitstroomen?

Barometerstand = 77 cM.

Soortelijk gewicht van kwik = 13,6; van zwavelzuur = 1,7. Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

Oplossing. Spanning der afgesloten lucht na den slag met de luchtpomp

$$H_1 = \frac{V}{V+v} \times H = \frac{5}{5+0,5} \times 77 = 70 \text{ cM.}$$

Vermindering der aanvankelijke spanning 77 - 70 = 7 cM kwikdruk.

Hoogte eener kolom zwavelzuur van gelijken druk $h_2 = \frac{7 \times 13,6}{1,7} =$

56 cM.

Hoogte der laag zwavelznur (boven de opening), waarin de druk gelijk is aan dien van den dampkring, $h_1 = 100 - 56 = 44 \text{ cM.}$

Uitstroomingssnelheid $c = \sqrt{2g h_1} = \sqrt{2 \times 980 \times 44}$ kines.

220. In het deksel van een gesloten vat is de pompbuis

eener luchtpomp ingeschroefd. In het vat bevindt zich eene vloeistof van het soortelijk gewicht 1,56; daarboven 24 dM³ lucht van de spanning des dampkrings. Nadat men één pomp-slag gedaan heeft, maakt men 7 dM onder den vloeistofspiegel eene opening vrij in den vertikalen zijwand van het vat. Waar zal de uitstroomende straal een horizontaal vlak treffen, dat 4 dM onder de opening ligt?

Inhoud der pompbuis = 1 L.

Soort. gewicht van kwik = 13,6.

Barometerstand = 75 cM.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

221. Een gesloten cilindrisch vat van 4 dM² doorsnede en $11\frac{1}{8}$ dM hoogte is tot op $3\frac{5}{8}$ dM hoogte gevuld met eene vloeistof van het soortelijk gewicht 1,36. Boven de vloeistof bevindt zich lucht van den druk des dampkrings. Men verbindt de met lucht gevulde ruimte met de pompbuis eener luchtpomp van 0,6 L inhoud en doet twee slagen. Daarna maakt men eene kleine opening in den bodem van het vat vrij.

a) Hoe groot is aanvankelijk de uitstrooingsnelheid?

b) Tot hoe ver is de vloeistof in het vat gedaald, als de uitstrooing ophoudt?

Barometerstand = 75 cM.

Versnelling der zwaartekracht = 980 kines per sec.

222. In een gesloten cilindrisch vat van 1 M hoogte bevindt zich water ter hoogte van 4 dM en daarboven lucht van den druk des dampkrings. In het deksel wordt eene opening van 5 cM² bedekt door eene luchtdicht sluitende klep van 5,1 KG gewicht. Men perst zoo lang lucht in het vat, totdat de klep op het punt is van open te gaan. Daarna maakt men in den bodem eene kleine opening vrij, waardoor het water uitstroomt. Men vraagt met welke snelheid de laatste druppel het vat zal verlaten?

Barometerstand = 75 cM.

Soort. gewicht van kwik = 13,6.

14. Gewicht en soortelijk gewicht van gassen. Opwaartsche druk in gassen.

223. Een bij den barometerstand van 78 cM met lucht gevulde ballon van 2 L inhoud weegt 1002,652 G. Nadat men de lucht tot op eene spanning van 1 cM uit den ballon gepompt heeft, weegt deze nog 1000,034 G.

a) Hoe groot is het gewicht van 1 L lucht bij 76 cM spanning?

b) Hoeveel zal de ballon, wegens gevuld met lichtgas van 74 cM spanning?

Dichtheid van lichtgas met betrekking tot lucht = 0,4.

224. Het (ware) gewicht van een ballon met water gevuld, bedraagt 2912,000 G, met lucht gevuld 914,586 G en met een gas gevuld 915,879 G.

Het soort. gewicht van lucht is 0,001293. Hoe groot is de dichtheid van het gas met betrekking tot lucht?

225. Eene U-vormige buis is gedeeltelijk met alcohol gevuld. Op de vloeistof in het ééne been drukt de dampkringslucht; het andere been is zoo lang, dat zich boven de vloeistof eene 5 M hooge kolom koolzuurgas bevindt, die boven niet van de dampkringslucht afgesloten is. Hoe groot is het hoogteverschil der vloeistofspiegels in de beide buizen? — Men neme aan, dat de dichtheid der gassen overal dezelfde is.

Soort. gewicht van alcohol = 0,8; van lucht = 0,001293.

Dichtheid van koolzuurgas met betrekking tot lucht = 1,52.

226. Een ballon van 1 L inhoud is gevuld met lucht van 60 cM spanning en wordt in verbinding gebracht met eene ruimte van 4 L inhoud, die koolzuurgas van 80 cM spanning bevat. Nadat de gassen zich volkomen gemengd hebben, brengt men den ballon in verbinding met de pompbuis eener luchtpomp, waarvan de inhoud $\frac{1}{3}$ L is, en doet 2 slagen. Daarna stelt men den inhoud van den ballon in gemeenschap met de buitenlucht, waarvan de spanning 75 cM is. Hoe groot is het gewicht van het gasmengsel, dat de ballon nu bevat? (Verg. § 360,₃ en 360,₂).

Gewicht van 1 L lucht = 1,293 G.

Dichtheid van koolzuur met betrekking tot lucht = 1,52.

227. Een stuk kurk, dat in het luchtledige 240 G weegt,

valt in de lucht. Hoe groot is zijne versnelling, als de versnelling in het luchtledige 981,2 kines per sec. bedraagt?

Men verwaarlooze den weerstand der lucht.

Gewicht van 1 L lucht = 1,3 G.

Soort. gewicht van kurk = 0,24.

228. Een lichaam weegt in de lucht 59,97 G, in alcohol 40,00 G. Het ware soortelijk gewicht van het lichaam (na reductie op het luchtledige) is 2,4.

a) Hoe groot is het ware soortelijk gewicht van alcohol?

b) Hoeveel zal het lichaam in water wegen?

De opwaartsche druk der gewichtstukken blijft buiten beschouwing.

Soort. gewicht van lucht = 0,0012.

OPLOSSING. a) Is het volume van het lichaam v cm^3 , dan is :

Ware gewicht van het lichaam = $v \times 2,4$ G.

Gewicht der door het lichaam verplaatste lucht = $v \times 0,0012$ G.

Nu is $v \times 2,4 - v \times 0,0012 = 59,97$; waaruit $v = 25 \text{ cm}^3$.

Schijnbaar gewicht van den verplaatsten alcohol = $59,97 - 40 = 19,97$ G.

Waar " " " " " " = $19,97 + 25 \times 0,0012 = 20$ G.

Waar soortelijk gewicht van alcohol $S = \frac{p}{v} = \frac{20}{25} = 0,8$.

b) Gewichtsverlies van het lichaam in water = gewicht van het verplaatste water in de lucht = $25 - 25 \times 0,0012 = 24,97$ G.

Schijnbaar gewicht van het lichaam in water = $59,97 - 24,97 = 35$ G.

229. Het gewicht van een lichaam is in de lucht 124,68 G, in koolzuurgas 124,52 G. 1 L lucht weegt 1,28 G; de dichtheid van koolzuur met betrekking tot lucht is 1,5. Hoe groot is het soortelijk gewicht van het lichaam met betrekking tot het luchtledige?

Het gewichtsverlies der gewichtstukken blijft buiten beschouwing.

230. Hoe groot is het volume van het water, dat met een koperen gewichtstuk van 1 KG in de lucht evenwicht maakt?

Soort. gewicht van koper = 8; van lucht = 0,0012.

231. Het gewicht van het zwavelzuur, dat een pyknometer vult, maakt evenwicht met 52,224 G gewichtstukken. Bereken het volume van het fleschje.

Soort. gewicht van zwavelzuur = 1,8; van lucht (bij 76 cM spanning) = 0,001292.

Barometerstand = 72 cM.

Soort. gewicht der gewichtstukken = 8,16.

232. Met de hydrostatische balans heeft men het gewicht van een lichaam in de lucht gevonden = 12,650 G, het gewichtsverlies in water = 4,255 G. Hoe groot is zijn waar soortelijk gewicht (met betrekking tot het luchtledige)?

Gewicht van 1 L normale lucht = 1,293 G.

Barometerstand = 74 cM.

Soort. gewicht der gewichtstukken = 8.

OPLOSSING. Gewicht van 1 L lucht bij 74 cM = $1,293 \times \frac{74}{76} = 1,259$ G.

Het ware gewicht P'_1 van het verplaatste water (in het luchtledige) vindt men (uit het schijnbare 4,255) in grammen uit:

$$P'_1 - \frac{P'_1}{1} \times 0,001259 = 4,255 - \frac{4,255}{8} \times 0,001259 \text{ (form. 98).}$$

$$P'_1 = \frac{4,255 \left(1 - \frac{0,001259}{8} \right)}{1 - 0,001259} \text{ G}$$

Het volume van het verplaatste water en van het lichaam is dus $P'_1 = v \text{ cM}^3$. Het ware gewicht P' van het lichaam (in het luchtledige) vindt men (uit het schijnbare 12,650) in grammen uit:

$$P' - v \times 0,001259 = 12,650 - \frac{12,650}{8} \times 0,001259.$$

$$P'_1 = 12,650 \left(1 - \frac{0,001259}{8} \right) + \frac{4,255 \left(1 - \frac{0,001259}{8} \right)}{1 - 0,001259} \times 0,001259.$$

Het ware soortelijk gewicht van het lichaam is nu $S = \frac{P'}{P'_1}$. Na substitutie der voor P' en P'_1 gevonden waarden en na reductie vindt men

$$S = \frac{12,650}{4,255} (1 - 0,001259) + 0,001259 \text{ (verg. form. 102).}$$

Daar in deze formule het soortelijk gewicht der gewichtstukken niet voorkomt, moet men het vraagstuk kunnen oplossen, zonder te letten op den opwaartschen druk, dien de gewichtstukken bij de weging in de lucht ondervinden. Verg. de volgende oplossing met § 406.

$$\text{Schijnbaar soortelijk gewicht} = \frac{p}{p_1} = \frac{12,650}{4,255}.$$

De verhouding $\frac{P}{P_1}$ van de schijnbare gewichten van het lichaam en van het verplaatste water (de op de gewichtstukken aangegeven gewichten) is dezelfde als de verhouding $\frac{P}{P_1}$ hunner *ware gewichten in de lucht*:

$$\frac{P}{P_1} = \frac{p \left(1 - \frac{0,001259}{8}\right)}{p_1 \left(1 - \frac{0,001259}{8}\right)} = \frac{p}{p_1}.$$

Het schijnbare soortelijk gewicht is dus ook = $\frac{P}{P_1}$.

Zij het gewicht der door het lichaam verplaatste lucht q G, dan is:

$$\text{Waar soortelijk gewicht } S = \frac{P + q}{P_1 + q} \quad (1)$$

Volume van het lichaam (en van het verplaatste water) $v = (P_1 + q) \text{ cM}^3$.

Volume der verplaatste lucht $v = (P_1 + q) \text{ cM}^3$.

Gewicht der verplaatste lucht $q = (P_1 + q) \times 0,001259 \text{ G}$.

$$\text{Dus is } q = \frac{P_1 \times 0,001259}{1 - 0,001259} \text{ G}.$$

Substitueert men deze waarde in (1), dan verkrijgt men:

$$\text{Waar soortelijk gewicht } S = \frac{P}{P_1} (1 - 0,001259) + 0,001259.$$

Vervangt men $\frac{P}{P_1}$ weer door $\frac{p}{p_1}$, dan wordt ten slotte

$$S = \frac{12,650}{4,255} (1 - 0,001251) - 0,001259.$$